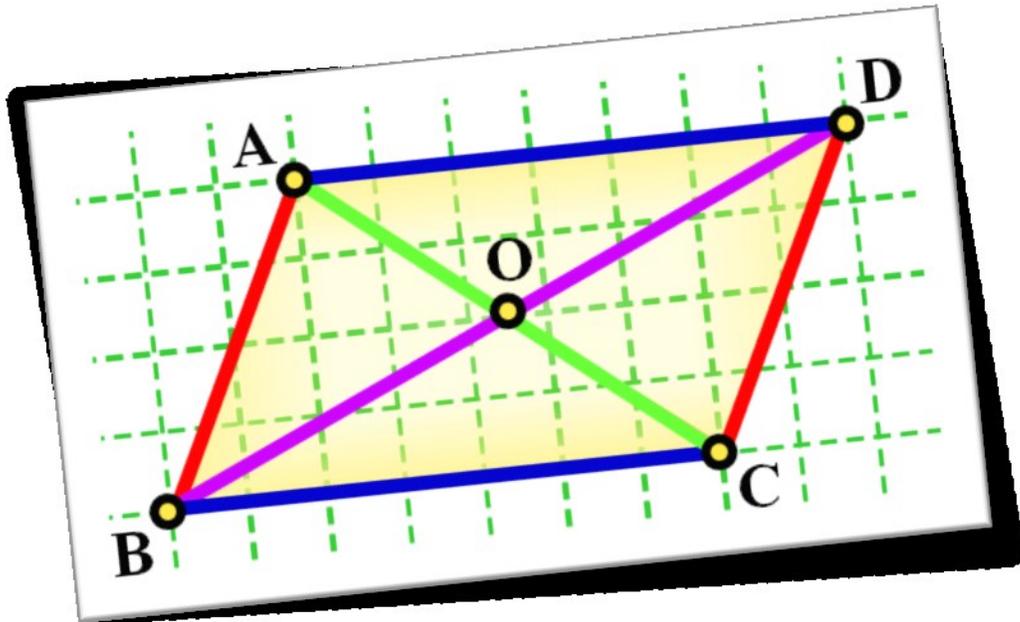


2015/2016 學年教學設計獎勵計劃



平行四邊形的性質與判定

參選編號：G062

科目：數學

教育階段：初二

目次

簡介	ii
教學進度表	iii
教學設計	
第 1 課時：平行四邊形及其性質(一)	1
第 2 課時：平行四邊形及其性質(二)	10
第 3 課時：平行四邊形及其性質(三)	17
第 4 課時：平行四邊形的判定(一)	34
第 5 課時：平行四邊形的判定(二)	41
第 6 課時：平行四邊形的判定(三)	49
教學評估及反思	54
參考資料	55
附件檔案說明	56
活動相片	57

簡介

教學目標	<ol style="list-style-type: none">1.理解平行四邊形的定義並掌握其性質；2.掌握平行四邊形判定的五種方法；3.能綜合運用平行四邊形的性質和判定方法來解決有關問題；4.加強學生的動手能力，從而提高學生的分析、探索問題的能力；5.感受數學邏輯美，增加對學習數學的興趣和自信心。
主要內容	<ol style="list-style-type: none">1.平行四邊形的定義及有關概念；2.平行四邊形的對邊相等、對角相的性質；3.平行四邊形對角線互相平分的性質；4.綜合運用平行四邊形的性質解決平行四邊形的有關計算問題和證明題；5.平行四邊形的判別條件中，用對邊、對角、對角線來判定平行四邊形的方法；6.綜合運用平行四邊形的判定方法和性質來解決問題。
設計創意和特色	在課堂上通過不同的教學活動，並利用我校獨有的 DyKnow 教學軟件系統，如剪圖、投票、小老師、分組、紅綠燈等電子工具讓學生動手探究，啟發學生嘗試發現的潛能。使學生趣味地學習，從而建構新的知識，提高學生自主學習的動力，並達到自主學生的目的。

教學進度表

週次	日期	內容	時間
31	3月28日	平行四邊形及其性質(一)	40分鐘
31	3月29日	平行四邊形及其性質(二)	40分鐘
31	3月31日	平行四邊形及其性質(三)	40分鐘
32	4月5日	平行四邊形的判定(一)	40分鐘
32	4月7日	平行四邊形的判定(二)	40分鐘
32	4月11日	平行四邊形的判定(二)	40分鐘

【課題】 平行四邊形及其性質(一)

【教學目標】

1. 理解並掌握平行四邊形的概念和
2. 掌握平行四邊形對邊、對角相等的性質
3. 會用平行四邊形的性質解決簡單的平行四邊形的計算問題

【教學重點】

掌握平行四邊形的定義、邊形對邊和對角相等的性質。

【教學難點】

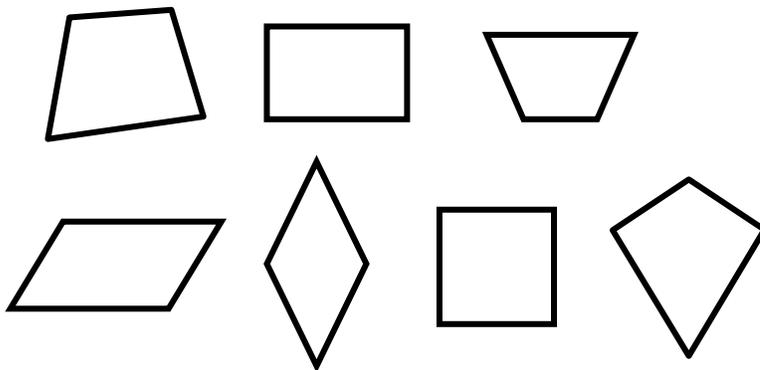
運用平行四邊形的性質進行有關的論證和計算。

【課時】 一節(40 分鐘)

【教學過程】

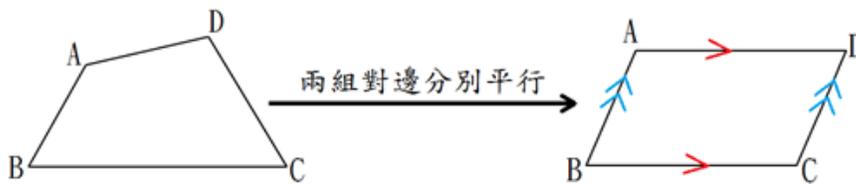
(一) 引入及講授課 (4分鐘)

問題：下列四邊形中，哪些是平行四邊形？



- 1.為了使學生回憶小學時學的平行四邊形是甚麼樣子，學生初步認識平行四邊形只從形狀上判斷，而不是從定義判斷，有學生會把菱形轉一轉角度，將它看作成平行四邊形。
- 2.提問上述四邊形是叫甚麼名字，老師了解學生對特殊四邊形的認識。
- 3.由平行四邊形的外形、名字以及初一的幾何知識（平行線）出發，向學生提出問題：這形狀的四邊形為甚麼叫做平行四邊形。

[注：讓學生思考這四邊形為甚麼叫做平行四邊形]



接着老師給出平行四邊形定義。

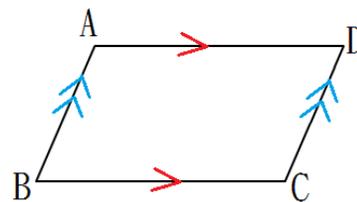
平行四邊形的定義

有兩組對邊分別平行的四邊形叫做 **平行四邊形**

在四邊形 ABCD 中，若 $AB \parallel DC$ ， $AD \parallel BC$ ，則四邊形 ABCD 是平行四邊形。

[注：用數形式講述四邊形為平行四邊形的必要條件]

- ① 平行四邊形用符號“ \square ”來表示
- ② 平行四邊形 ABCD 記作： $\square ABCD$
- ③ 讀作：平行四邊形 ABCD



[注：強調 \square 後一定跟大寫字母]

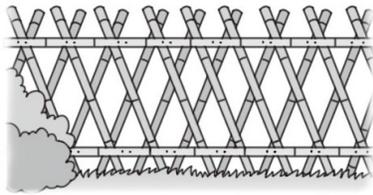
$$\textcircled{1} \begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \end{cases} \longrightarrow \square ABCD$$

$$\textcircled{2} \square ABCD \longrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

〔注：簡明扼要展示平行四邊形與兩組對邊的關係〕

感受生活：

展示圖片



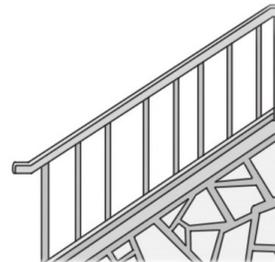
籬笆



路障



堆砌平面

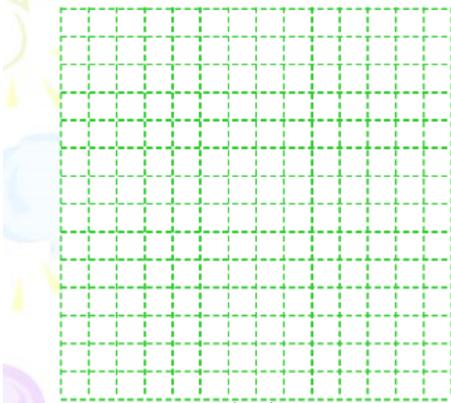


扶手欄

展現平行四邊形在日常生活中的常見性，同提覺學生幾何存在於我們生活中，因此幾何是不能或缺的。

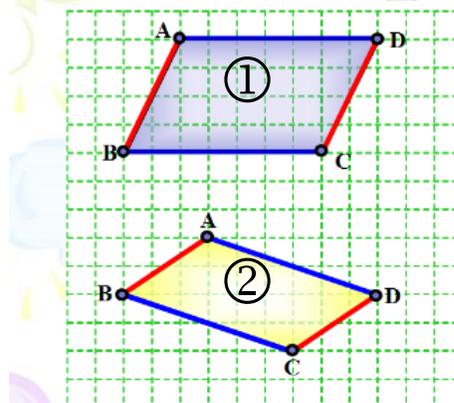
(二) 探究活動 (14分鐘)

1、在下面方格中畫出一個 $\square ABCD$ ：



圖(一)

1、在下面方格中畫出一個 $\square ABCD$ ：



圖(二)

先讓學生在”圖(一)”各自在方格中畫 $\square ABCD$ ，一般學生都能畫出好像”圖(二)”中①的平行四邊形，多鼓勵學生能畫出像”圖(二)”中②的平行四邊形[為了培養學生的想像能力]。接著讓學生兩兩互相判斷所畫的四邊形是否平行四邊形，

之后題出問題：

(1)在 $\square ABCD$ 有哪些線段相等?為甚麼?

(2)在 $\square ABCD$ 有哪些角相等?為甚麼?

給學生思考一會兒：

詢問學生：在 $\square ABCD$ 有哪些線段相等?

多數學生都能從直觀得出 $AB=CD$ ， $AD=BC$ 。

再詢問學生：為甚麼 $AB=CD$ ， $AD=BC$? 你又會用甚麼證明它?

學生可能運用的方法：

- ①直觀得出結論
- ②使用直尺量度
- ③利用方格的特點，證全等直角三角形
- ④利用方格的特點，使用勾股定理
- ⑤規範的證明

學生一般都回答方法①②，

再詢問學生：同學們能否運用在初一，初二裏已學的知識證明呢?

在學生的回饋中，如果學能講述出除①②以外的方法都表揚學生，提高學生的自我信心。

[注：希望學生能從多方面思考問題，從多方面思考的過程都能到同一的結論，培養學生懂得多方面思考事情]

詢問學生：在 $\square ABCD$ 有哪些角相等?

學生能從直觀覺得 $\angle A=\angle C$ ， $\angle B=\angle D$ ，
或利用量角器量得 $\angle A=\angle C$ ， $\angle B=\angle D$ 。

以下利用規範的證明過程證明平行四邊形的性質定理

教師：平行四邊形的對邊，對角的大小有什麼關係？
學生由上的探究活動得出對邊相等，對角相等。

先用規範格式的證明平行四邊形的對邊是怎麼能相等。

已知：如圖，在 $\square ABCD$ 中。

求證： $AB=CD$ ， $AD=BC$ 。

分析：如圖所示，連結 $\square ABCD$ 的 AC ，它將平行四邊形分成 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ ，
再證 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$

證明：連接 AC ，

在 $\square ABCD$ 中

$\because AB \parallel CD, AD \parallel BC$ (平行四邊形的對邊平行)

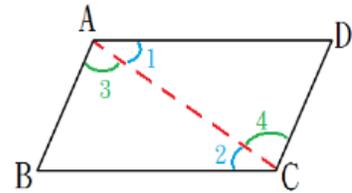
$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$ (兩直線平行，內錯角相等)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中

$\left\{ \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 2 \text{ (已證)} \\ AC = CA \text{ (公共邊)} \\ \angle 3 = \angle 4 \text{ (已證)} \end{array} \right.$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ASA)

$\therefore AB = CD, AD = BC$ (全等三角形的對應邊相等)



得到，平行四邊形的性質定理：

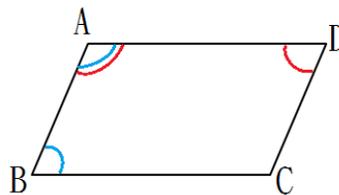
平行四邊形的對邊相等

已知：如圖，在 $\square ABCD$ 中。

求證： $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$ 。

由於平行四邊形鄰角互補

$$\begin{array}{l} \angle A + \angle B = 180^\circ \\ \angle A + \angle D = 180^\circ \\ \downarrow \\ \angle B = \angle D \end{array}$$



詢問學生：使用同樣的方法， $\angle A$ 與 $\angle C$ 有怎樣的關係？

學生都能答出 $\angle A = \angle C$ ，並讓學生用中文字說出平行四邊形的性質定理是甚麼。

得到，平行四邊形的性質定理：

平行四邊形的對角相等

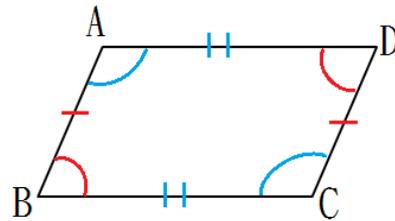
把所得的性質定理作對比和總結一次，加深對平行四邊形性質定理的印象。

平行四邊形性質定理1：

平行四邊形的對邊相等

平行四邊形性質定理2：

平行四邊形的對角相等



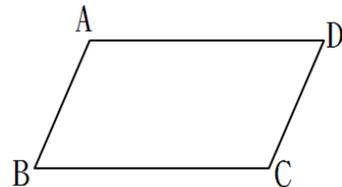
(三) 例題講解與練習 (15分鐘)

例1

已知：在 $\square ABCD$ 中， $\angle A = 130^\circ$ ，
求： $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 各等於多少度。

分析：利用平行四邊形定義的對邊平行求出 $\angle A$ 的同旁內角 $\angle B$ ，
再利用平行四邊形對角相求出 $\angle C$ 、 $\angle D$ 。

解： \because 在 $\square ABCD$ 中， $\angle A = 130^\circ$ (已知)
 $\therefore AD \parallel BC$ (平行四邊形的對邊平行)
 $\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$ (兩直線平行，同旁內角互補)
 $130^\circ + \angle B = 180^\circ$
 $\therefore \angle B = 50^\circ$
 $\therefore \angle C = \angle A = 130^\circ$ (平行四邊形的對角相等)
 $\angle D = \angle B = 50^\circ$



例 2

已知：在 $\square ABCD$ 中，已知 $AB=a$ ， $BC=b$ ，

求：這個平行四邊形的周長。

分析：利用平行四邊形對邊相等求出未知的兩條邊。

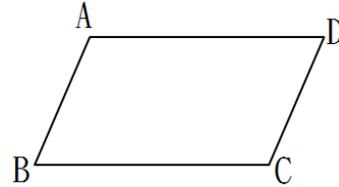
解： \because 在 $\square ABCD$ 中， $AB=a$ ， $BC=b$ （已知）

$\therefore CD=AB=a$ ， $AD=BC=b$ （平行四邊形的對邊相等）

$\therefore \square ABCD$ 的周長 $=AB+BC+CD+AD$

$$= a + b + a + b$$

$$= 2a + 2b$$



[例 1 和例 2 都是較簡單的題目，主要是為了加強對平行四邊形性質定理的認識和運用方法。]

練習 1

已知： $AB \parallel FE$ ， $DF \parallel BC$ ， $AC \parallel DE$

求證：(1) $\angle 1 = \angle F$ ， $\angle 2 = \angle D$ ， $\angle 3 = \angle E$

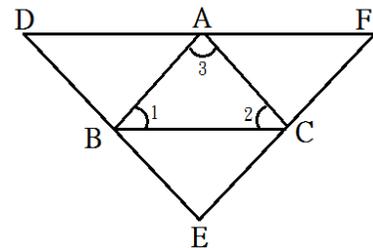
(2) $\triangle ABC$ 的頂點分別是 $\triangle DEF$ 各邊的中點

證明：(1) $\because AB \parallel FE$ ， $DF \parallel BC$ （已知）

\therefore 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形（平行四邊形定義）

$\therefore \angle 1 = \angle F$ （平行四邊形的對角相等）

同理： $\angle 2 = \angle D$ ， $\angle 3 = \angle E$



[難點在於學生能否找出平行四邊形並用定義進行判定]

(2) 由結論(1)得知 四邊形 $ADBC$ 、四邊形 $ABCF$ 都是平行四邊形

$\therefore BC=DA$ ， $BC=AF$ （平行四邊形的對邊相等）

$\therefore DA=AF$ （等量代換）

\therefore 點 A 為 DF 的中點（中點的定義）

同理：點 B 為 DE 的中點，點 C 為 EF 的中點

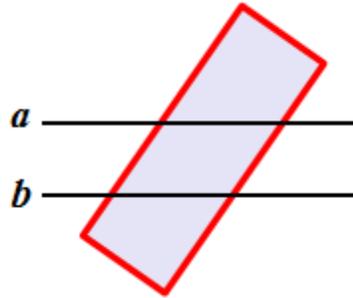
即 $\triangle ABC$ 的頂點分別是 $\triangle DEF$ 各邊的中點

使用 DyKnow 功能中的 Monitor，把某一同學所寫出過程顯示在課室的白板上。如果該學生與到困惑或寫錯步驟可當場給與提示或改正。

(四) 講授新課：(5 分鐘)

如右圖，直線 $a \parallel b$ ，
紅色外框的四邊形是長方形。

請從上例子中分析有甚是相等，
如何證明你的結論？



學生知道長方形的對邊也是平行的，用平行線 a 、 b 去截長方形的對邊，可以得出一個平行四邊形，再利用平行四邊形的對邊相等就可以得到線段相等。所以當一對平行線截另一對平行線時，截得的線段相等，並得到推論。

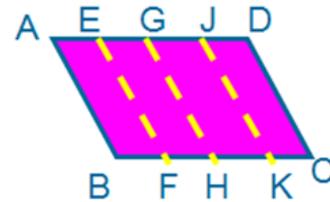
推論1： 夾在兩條平行線間的平行線段相等。

再舉出例子，如右圖，四邊形 ABCE 為平行四邊形
且有 $AB \parallel EF \parallel GH \parallel JK \parallel DC$

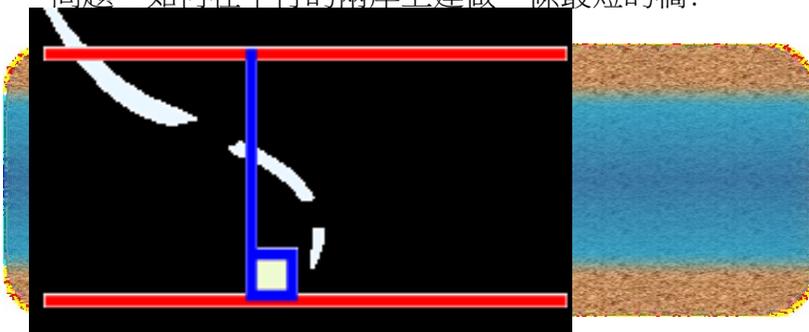
詢問學生：圖中有哪些的平行線段相等？

簡略回答： $AB=EF=GH=JK=DC$ ， $AE=BF$ ， $EG=FH$ 等……

[注：強調相等的是線段，不是平行線]

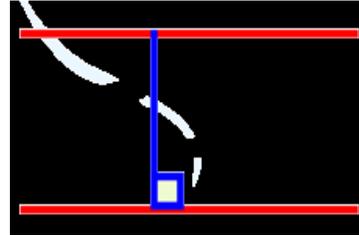


問題：如何在平行的兩岸上建做一條最短的橋？



兩條平行線中，
一條直線上的任意一點到另一條直線的距離，
叫做這兩條平行線的距離。

過一條平行線上的任意一點作與另一條平行線的垂線，
這垂線段叫做這兩條平行線的距離



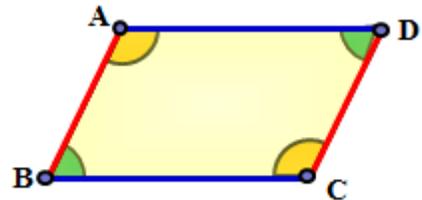
學生之后可以根據平行線的距離找出平行四邊形的高，有需要時可過平行四邊形的一個頂點作出平行四邊形的高。

(五) 總結及佈置作業：(2分鐘)

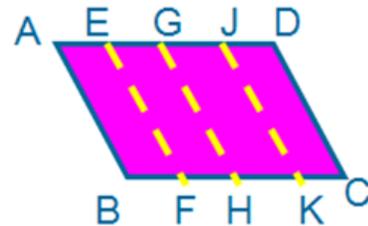
小 結:

平行四邊形性質定理1：平行四邊形的對邊相等。

平行四邊形性質定理2：平行四邊形的對角相等。

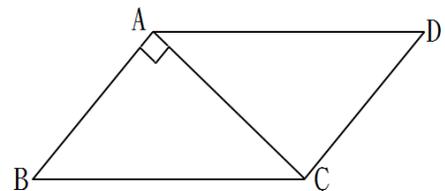


推論1：夾在兩條平行線間的平行線段相等。



功課：

1. 已知： $\square ABCD$ 中， $\angle ACB=30^\circ$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ，若 $AB=1$ ，
求：(1) $\square ABCD$ 的面積； (2) $\angle D$ 的度數。



【課題】 平行四邊形及其性質(二)

【教學目標】

1. 歸納並掌握平行四邊形對角線互相平分的性質
2. 能運用平行四邊形的性質解決平行四邊形的有關計算問題和簡單的證明題
3. 培養學生的推理論證能力和邏輯思維能力

【教學重點】

掌握平行四邊形對角線互相平分的性質

【教學難點】

培養學生的推理論證能力和邏輯思維能力

【課時】 一節(40 分鐘)

【教學過程】

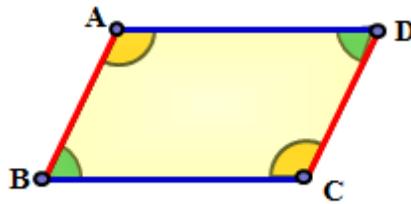
(一) 溫故知新：複習舊知識 (2分鐘)

平行四邊形的定義：

兩組對邊分別平行的四邊形叫做平行四邊形。

平行四邊形性質定理1：平行四邊形的對邊相等。

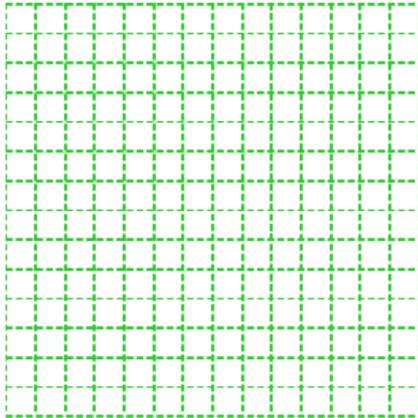
平行四邊形性質定理2：平行四邊形的對角相等。



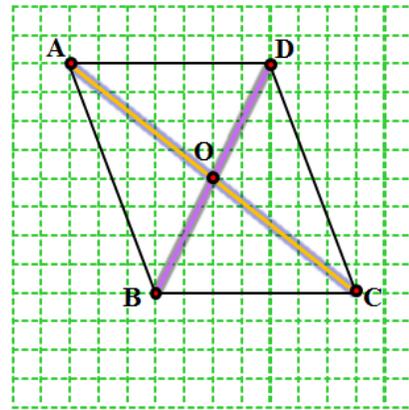
〔推論1：夾在兩條平行線

(二) 探究活動 (15分鐘)

1、在下面方格中畫出一個 $\square ABCD$ ，
並且連結對角線 AC 、 BD ：



圖(一)



圖(二)

以分組形式共同進行探究活動

人數：2 人

目的：找出相等的角、邊和全等的三角形

(要求說明原因)

[這活動可以讓同學探索平行四邊形的結構]

在 $\square ABCD$ 中：

(1) _____ = _____

(2) _____ = _____

(3) _____ = _____

(4) _____ = _____

(5) _____ = _____

(6) _____ = _____

(7) _____ \cong _____

(8) _____ \cong _____

圖(三)

活動過程與步驟：

1. 要求每位學生在”圖(一)”的方格中畫出一個 $\square ABCD$ ，並且連結對角線 AC 、 BD 。

2. 畫出 $\square ABCD$ 後，每位學生各自完成”圖(三)”這 8 對係關，包括角相等、線段相等、三角形全等。

其實在 $\square ABCD$ 中可以找出多於 8 對的關係，

所以還額外加上多個”其他_____”，在”其他_____”中可以寫上除”圖(三)”這 8 對的關係外，可寫上其他”相等”、”全等”、”平行”的一對關係。〔注：發揮學生的思考和觀察能力〕

3. 完成”圖(三)”後，以兩位同學為一組，互相檢視對方所寫的 8 對關係是否正確，互相之間觀察有甚麼不同關係，並互相討論各不同的關係。

4. 這時使用 DyKnow 功能中的 Manage panels 把學生所寫的結論強制交收，作為一次分組活動的分數。接着把其中的兩三個學生所寫的結論顯示到課室的白板上。

5. 老師抽問學生，下列關係是怎樣得到：

$$AD=BC、\angle ABC=\angle CDA、\triangle AOB\cong\triangle COD、OA=OC、OB=OD$$

學生可能運用的方法：

- ①直觀得出結論
- ②使用直尺量度
- ③利用方格的特點，證全等直角三角形
- ④利用方格的特點，使用勾股定理
- ⑤規範的證明

活動最後主要讓學生思考得出 $OA=OC$ 、 $OB=OD$ ，點 O 是 $\square ABCD$ 兩條對角線的公共中點，都把兩條對角線分為兩條相等的線段。

利用規範的格式證明平行四邊形對角線的關係。

已知：四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形

求證： $AO=CO$ ， $BO=DO$

證明：在 $\square ABCD$ 中

$\because AB\parallel CD$ (平行四邊形定義)

$\therefore \angle 1=\angle 4$ ， $\angle 2=\angle 3$ (兩直線平行，內錯角相等)

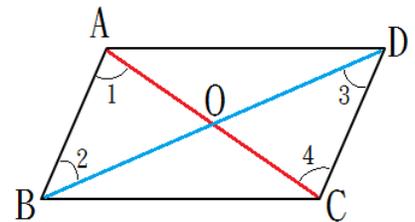
又 $\because AB=CD$ (平行四邊形對邊相等)

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中

$$\begin{cases} \angle 1=\angle 4 \text{ (已證)} \\ AB=CD \text{ (已證)} \\ \angle 2=\angle 3 \text{ (已證)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB\cong\triangle COD$ (ASA)

$\therefore OA=OC$ ， $OB=OD$ (全等三角形的對應邊相等)



你能用句子歸納出平行四邊形的性質

[注：訓練學生懂得由幾何用語轉化為文字表達的能力]

學生由 $OA=OC$ ， $OB=OD$ 的結論轉化為文字表達的可能句子有：

1. 平行四邊形對角線的交點為它的中點。
2. 對角線的交點為平行四邊形的中點。
3. 對角線的交點為它們的公共中點。（漏了平行四邊形的先要條件）
4. 對角線互相平分。（漏了平行四邊形的先要條件）

總結平行四邊形對角線的性質：

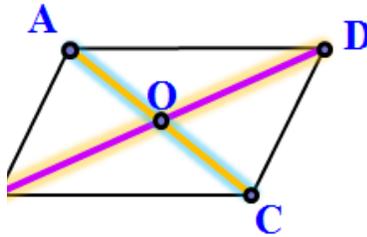
平行四邊形性質定理3： 平行四邊形的對角線互相平分

幾何語言：

∵ 在 $\square ABCD$ 中

∴ $OA=OC$ ， $OB=OD$

(平行四邊形的對角線互相平分)



[注：數學語言的表示，強調使用平行四邊性質的嚴謹性。有一部分同學不寫出 $\square ABCD$ 且直接寫出 $OA=OC$ ， $OB=OD$]

(三) 例題講解與練習 (15分鐘)

例 1

已知：如圖 $\square ABCD$ 的對角線 AC 、 BD 相交於點 O ， EF 過點 O 與 AB 、 CD 分別相交於點 E 、 F 。

求證： $OE=OF$

求證前先詢問學生：應用甚麼方法證？如右圖，使用 DyKnow 功能中的 Poll，讓學生作出選擇。

證明：在 $\square ABCD$ 中

∴ $AB \parallel CD$ (平行四邊形對邊平行)

要證明 $OE=OF$ ，應用什麼方法證？

- A) 兩個三角形全等
- B) 等角對等邊
- C) 角平分線定理
- D) 線段垂直平分線定理

Launch Poll

$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$ (兩直線平行, 內錯角相等)

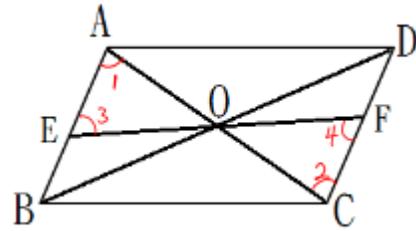
$\therefore OA = OC$ (平行四邊形對角線互相平分)

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中

$$\begin{cases} \angle 3 = \angle 4 \text{ (已證)} \\ \angle 1 = \angle 2 \text{ (已證)} \\ OA = OC \text{ (已證)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA)

$\therefore OE = OF$ (全等三角形的對應邊相等)



練習 1

已知：點 O 是 $\square ABCD$ 的對角線的交點， $AC = 24$ ， $BD = 38$ ， $AD = 28$

求：求 $\triangle OBC$ 的周長。

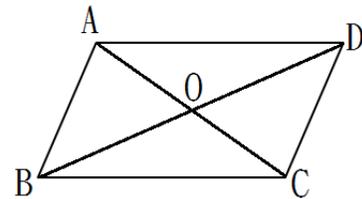
解：在 $\square ABCD$ 中， $AC = 24$ ， $BD = 38$ ， $AD = 28$ (已知)

$\therefore BC = AD = 28$ (平行四邊形對邊相等)

$\therefore OB = \frac{1}{2} BD = 19$ (平行四邊形對角線互相平分)

$$OC = \frac{1}{2} AC = 12$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle OBC \text{ 的周長} &= OB + OC + BC \\ &= 19 + 12 + 28 \\ &= 59 \end{aligned}$$



使用 DyKnow 功能中的 Monitor，把某一同學所寫出過程顯示在課室的白板上。

堂上練習

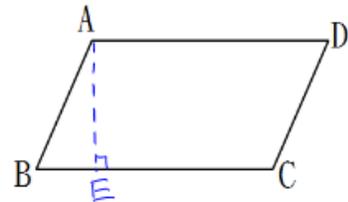
已知： $\square ABCD$ ， $AB = 8$ ， $BC = 10$ ， $\angle B = 60^\circ$

求： $\square ABCD$ 的面積

解：過點 A 作 $AE \perp BC$ 於 E (作法)

$\therefore AB = 8$ ， $BC = 10$ ， $\angle B = 60^\circ$ (已知)

$$\begin{aligned} \therefore \angle BAE &= 90^\circ - \angle B \text{ (直角三角形兩銳角互餘)} \\ &= 90^\circ - 60^\circ \\ &= 30^\circ \end{aligned}$$



$$\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 4 \quad (\text{在直角三角形中，} 30^\circ \text{角所對的直角邊為斜邊一半})$$

$$\therefore AE^2 = AB^2 - BE^2 \quad (\text{勾股定理})$$

$$= 8^2 - 4^2$$

$$= 64 - 16$$

$$= 48$$

$$\therefore AE = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的面積} = BC \cdot AE$$

$$= 10 \times 4\sqrt{3}$$

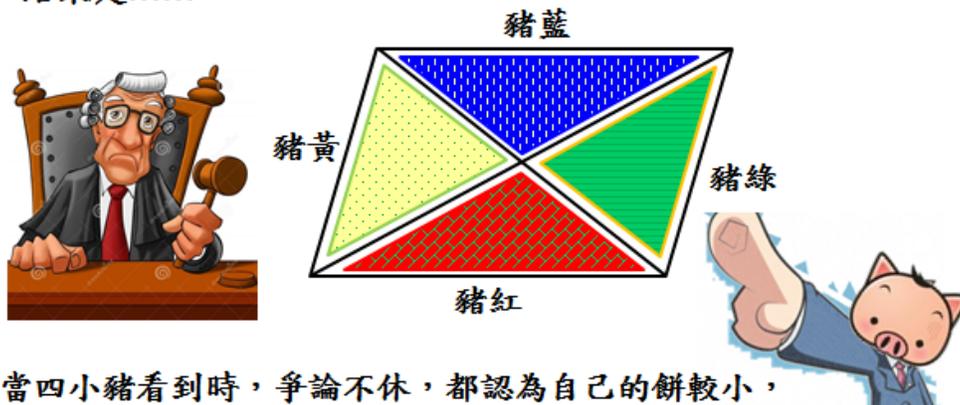
$$= 40\sqrt{3}$$

使用 DyKnow 功能中的 Manage Panels 把學生所寫的堂課強制交收。

(四) 能力提升：(5 分鐘)

世紀難題

這是一個豬媽媽與她的四隻小的故事，有一天豬媽媽烤了一個平行四邊形的大餅，她打算平均分給她的四隻小豬，於是豬媽媽沿着平行四邊形的兩條對角線把大餅切開，結果是……

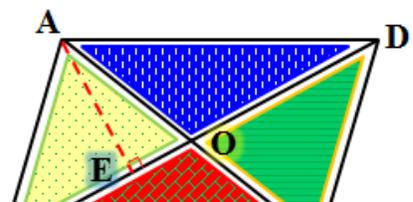


當四小豬看到時，爭論不休，都認為自己的餅較小，
同學們，你認為豬媽媽這樣分合理嗎？為什麼？

問題的重點在於判斷平行四邊形的對角線把它分成四個的三角形，這四個三角形的面積是否相等。

涉及三角形面積就必要知道面積公式

$$\text{面積} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$$



四個三角形中， $\triangle AOB \cong \triangle COD \Rightarrow S_{\triangle AOB} = S_{\triangle COD}$

$\triangle AOD \cong \triangle COB \Rightarrow S_{\triangle AOD} = S_{\triangle COB}$

因此，如果 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD}$

所以 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC} = S_{\triangle COD}$

問題轉化為求證 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD}$

過點 A 作 $AE \perp BD$ 交 BD 於 E

因為 $\square ABCD$ ，所以有 $OB=OD$

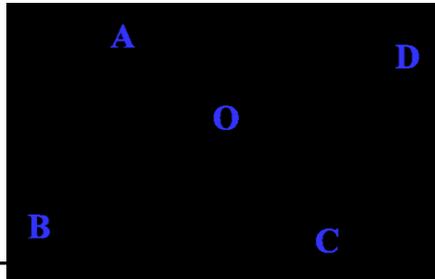
以 OB 為 $\triangle AOB$ 的底，OD 為 $\triangle AOD$ 的底，AE 都是 $\triangle AOB$ 和 $\triangle AOD$ 的高，

$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle AOB} &= \frac{1}{2} OB \cdot AE \\ S_{\triangle AOD} &= \frac{1}{2} OD \cdot AE \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD}$$

總結得出： $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD} = S_{\triangle BOC} = S_{\triangle COD}$

(五) 總結及佈置作業：(3 分鐘)

小結:



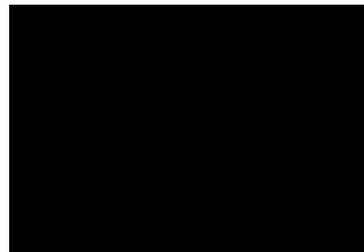
		文字敘述	幾何表示
定義	平行四邊形	對邊平行	
性質1		對邊相等	
性質2		對角相等	
性質3		對角線互相平分	

功課:

1. 已知：在 $\square ABCD$ 的兩條對角線 AC、BD 相交於 O， $AC=6$ ， $BD=8$ ， $AB=5$

求：CD 的長度

證明： $AC \perp BD$



【課題】 平行四邊形及其性質(三)

【教學目標】

1. 能正確應用平行四邊形的性質
2. 能應用平行四邊形的性質解決平行四邊形的有關計算問題和簡單的證明題
3. 培養學生的推理論證能力和邏輯思維能力

【教學重點】

正確應用平行四邊形的性質

【教學難點】

培養學生的推理論證能力和邏輯思維能力

【課時】 一節(40 分鐘)

【教學過程】

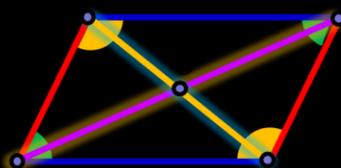
(一) 溫故知新：複習舊知識 (3分鐘)

平行四邊形的定義：
_____ 對邊分別 _____ 的四邊形叫做平行四邊形。

平行四邊形的 _____ 。

平行四邊形的 _____ 。

平行四邊形的 _____ 。



夾在兩條平行線間的平行 _____ 相等。

老師抽5個同學口答後，這時使用DyKnow功能中的Share Control，讓另外5個同學同步把答案填寫到課室的白板上。

以填空方式進行知識回顧，教師抽問學生把整章節(平行四邊形的性質)的定義、定理、推論作小結，結合圖形加深學生對平行四邊形性質的印象。

(二) 例題講解與練習 (23分鐘)

練習 1

填圖：

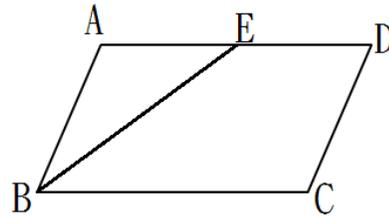
	文字敘述	幾何表示
邊	兩組對邊平行	$AB//CD, AD//BC$
角		

平行四邊形的鄰角 _____

練習 2

填空：

- 1、如圖(1)所示，在 $\square ABCD$ 中， $\angle B$ 的平分線 BE ，交 AD 於點 E ， $AB=3$ ， $BC=5$ ，則 $ED=$ _____。(答案：2)



圖(1)

- 2、在 $\square ABCD$ 中，已知， $\angle A : \angle B = 2 : 3$
那麼 $\angle B =$ _____度， $\angle C =$ _____度。
(答案：72，108)

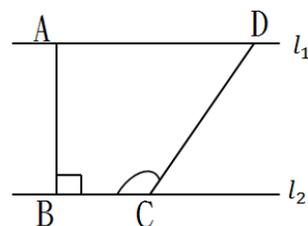
- 3、在 $\square ABCD$ 中，周長為 40cm， $\triangle ABC$ 的周長為 25cm
則對角線 $AC =$ _____ cm。(答案：5)

- 4、在 $\square ABCD$ 中， $\angle A + \angle B + \angle C = 310^\circ$ ，則 $\angle A =$ _____度。(答案：130)

5、如圖(2)， $l_1 \parallel l_2$ ， $AB \perp l_2$ 於B， $\angle DCB = 120^\circ$ ，若 $AB = 2\sqrt{3}$ ， $BC = 2$ ，

則 $CD = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $AD = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(答案：4，4)



圖(2)

練習3

已知：如圖，在 $\square ABCD$ 中， $AB = 10$ ， $AD = 6$ ， $AC \perp BC$ ，

求：對角線 AC 、 BD 的長以及 $\triangle AOB$ 的面積。

解：在 $\square ABCD$ 中， $AB = 10$ ， $AD = 6$ （已知）

$\therefore BC = AD = 6$ （平行四邊形的對邊相等）

$\therefore AC \perp BC$ （已知）

$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$ （勾股定理）

$$AC^2 + 36 = 100$$

$$AC^2 = 64$$

$\therefore AC = 8$

$\therefore OC = OA = \frac{1}{2}AC = 4$ （平行四邊形對角線互相平分）

$\therefore OB^2 = OC^2 + BC^2$ （勾股定理）

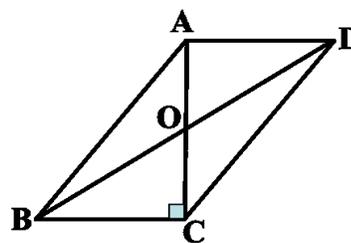
$$= 16 + 36$$

$$= 52$$

$\therefore OB = 2\sqrt{13}$

$\therefore BD = 2OB = 4\sqrt{13}$ （平行四邊形對角線互相平分）

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$



學生做了一段時間後，使用DyKnow功能中的Monitor，把某些同學所寫出過程顯示在課室的白板上，教師可對全班評批改和講解該學生的練習，回饋學生。

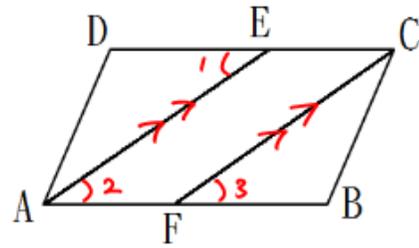
練習4

已知：在 $\square ABCD$ 中， AE 交 BD 於 E ， CF 交 BD 於 F ， $AE \parallel CF$ 。

求證： $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ 。

證明：在 $\square ABCD$ 中

- $\therefore \angle B = \angle D$ (平行四邊形對角相等)
- $\therefore AD = CB$ (平行四邊形對邊相等)
- $\therefore CD \parallel AB$ (平行四邊形對邊平行)
- $\therefore \angle 1 = \angle 2$ (兩直線平行，內錯角相等)
- $\therefore AE \parallel CF$ (已知)
- $\therefore \angle 2 = \angle 3$ (兩直線平行，同位角相等)
- $\therefore \angle 1 = \angle 3$ (等量代換)



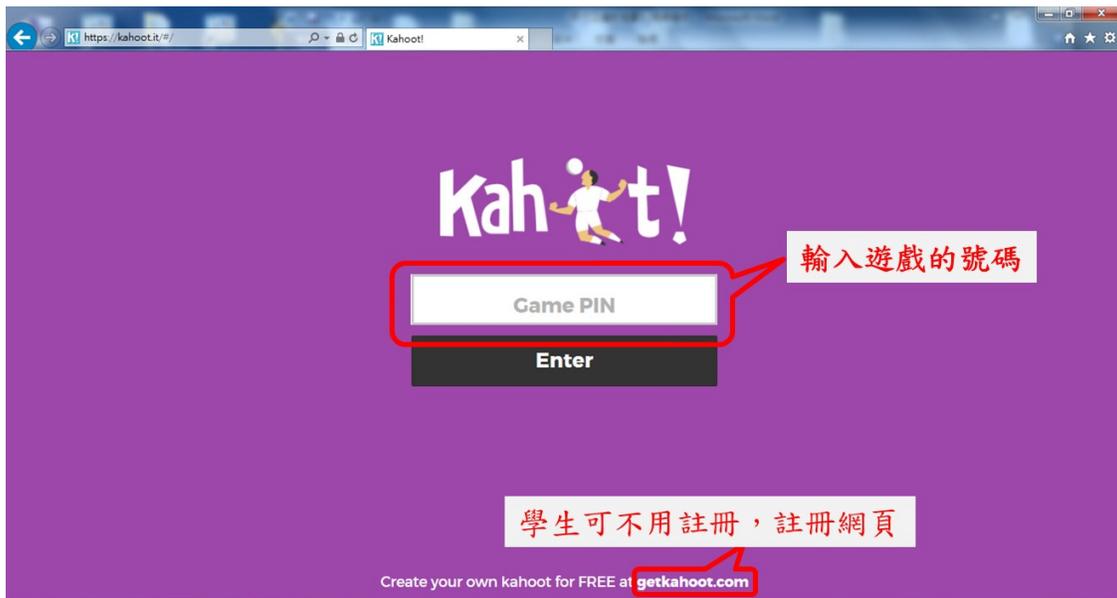
在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中

- $\left\{ \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 3 \text{ (已證)} \\ \angle D = \angle B \text{ (已證)} \\ AD = CB \text{ (已證)} \end{array} \right.$
- $\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$ (AAS)

學生做了一段時間後，使用DyKnow功能中的Monitor，把某些同學所寫出過程顯示在課室的白板上，教師可對全班評批改和講解該學生的練習，回饋學生。

(三) 自我測評 (12分鐘)

讓學進入網頁<https://kahoot.it/>

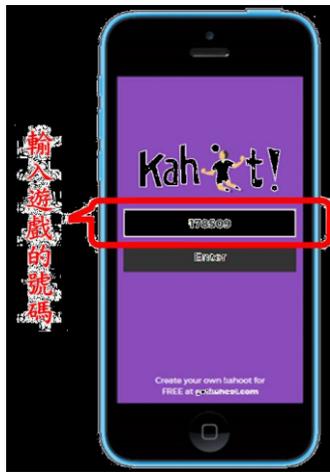


學生使用的界面



教師使用的介面(遊戲開始前)

[電腦與手機的界面是一樣]



第一步(遊戲號碼)

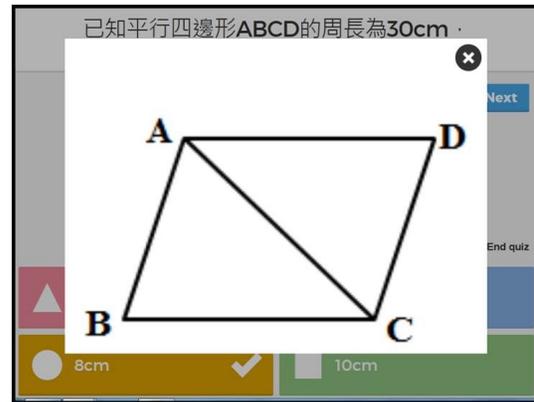


第二步(玩家名字)





顯示答案和學生的作答情況



教師可在完成一題後作出回饋

Scoreboard

學生1	2,510
學生2	1,671
學生3	0

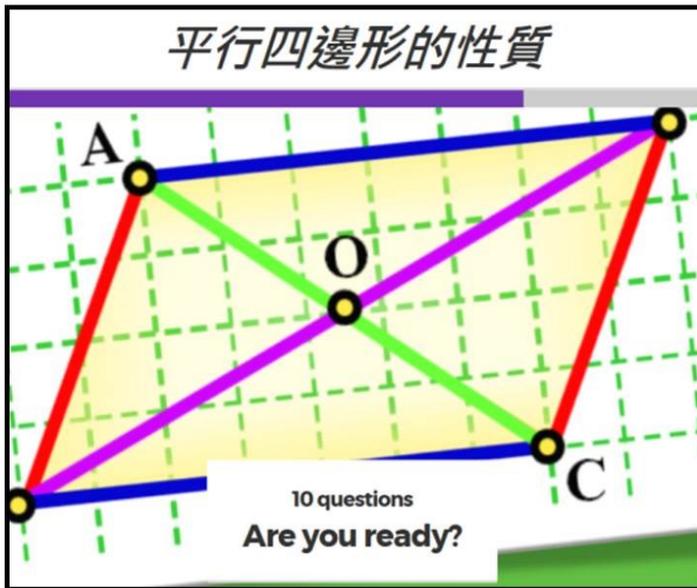
Next End quiz

Detailed description: This is a scoreboard titled 'Scoreboard' with an orange background. It lists the scores for three students: 學生1 (Student 1) with 2,510 points, 學生2 (Student 2) with 1,671 points, and 學生3 (Student 3) with 0 points. A 'Next' button is in the top right corner and 'End quiz' is in the bottom right corner.

每一題完作後都會顯示學生所得的總分，分數是由學生答對和答對速度來決定該題分數的高低，可以吸引學生對學習的興趣及提升學生的學習動機。

比賽完成後，顯示各學生所得的分數，最高分的三位同學，邀請它們到白板前作出表揚和贈獎小禮品。

以下是遊戲活動的內容以及答案：



Question 1 of 10

平行四邊形的定義是(____)

Win up to 1,000 points!

平行四邊形的定義是()

20 Kahoot!

Skip

0 Answers

 兩組對邊分別相等的四邊形	 一組對邊平行且相等的四邊形
 兩組對邊分別平行的四邊形	 對角相等的四邊形

答案:  兩組對邊分別平行的四邊形 

Question 2 of 10

下列選項中，不屬於平行四邊形性質的是()

Win up to 1,000 points!

下列選項中，不屬於平行四邊形性質的是()

27 Kahoot!

Skip

0 Answers

 對角線互相平分	 對角線互相垂直
 對邊相等	 對角相等

答案:  對角線互相垂直 

Question 3 of 10

平行四邊形具有而一般四邊形不具有的性質是()

Win up to 1,000 points!

平行四邊形具有而一般四邊形不具有的性質是()

26

Kahoot!

Skip

0 Answers

▲ 內角和為 360°

◆ 外角和為 360°

● 對角互補

■ 對角線互相平分

答案: 對角線互相平分 ✓

Question 4 of 10

在平行四邊形ABCD中， $\angle B + \angle D = 130^\circ$ ，則 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 的度數分別是()

Win up to 1,000 points!

在平行四邊形ABCD中， $\angle B + \angle D = 130^\circ$ ，則 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ 的度數分別是()

29 Kahoot!

Skip
0
Answers

 $65^\circ - 115^\circ - 65^\circ - 115^\circ$	 $50^\circ - 130^\circ - 50^\circ - 130^\circ$
 $105^\circ - 75^\circ - 105^\circ - 75^\circ$	 $115^\circ - 65^\circ - 115^\circ - 65^\circ$

答案:  $115^\circ - 65^\circ - 115^\circ - 65^\circ$ 

Question 5 of 10

在平行四邊形ABCD中， $\angle A + \angle B + \angle C = 300^\circ$ ，則 $\angle A$ 的大小為()

Win up to 1,000 points!

在平行四邊形ABCD中， $\angle A + \angle B + \angle C = 300^\circ$ ，則 $\angle A$ 的大小為()



27

Skip

0 Answers

30°

60°

90°

120°

答案: 120°

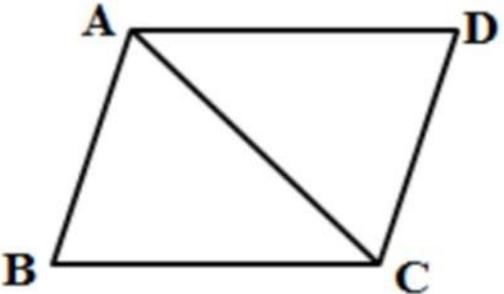
Question 6 of 10

如圖，已知平行四邊形ABCD的周長為30cm， $\triangle ABC$ 的周長為23cm，則AC的長為()

Win up to 1,000 points!

已知平行四邊形ABCD的周長為30cm， $\triangle ABC$ 的周長為23cm，則AC的長為()

29



Skip
0
Answers

3cm

5cm

8cm

10cm

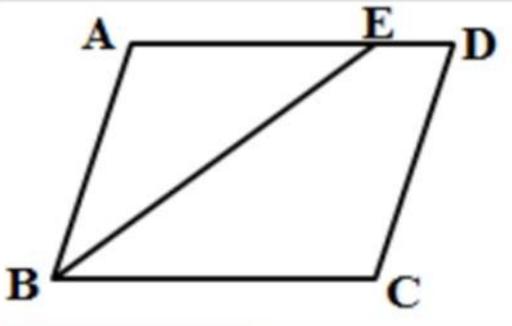
答案: 8cm ✓

Question 7 of 10

如圖，在平行四邊形ABCD中， $\angle B$ 的平分線BE，交AD於點E， $AB = 4$ ， $BC = 5$ ， $ED = ()$

Win up to 1,000 points!

如圖所示，在平行四邊形ABCD中，
 $\angle B$ 的平分線BE，交AD於點E， $AB = 4$ ， $BC = 5$ ， $ED = (\quad)$



29

Skip
0
Answers

▲ 1 ◆ 5
● 2 ■ 3

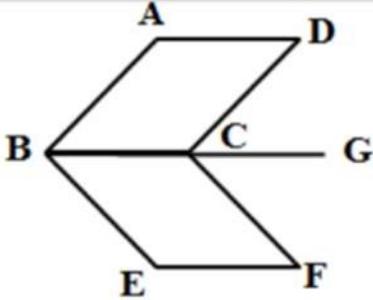
答案: ▲ 1 ✓

Question 8 of 10

如圖，若平行四邊形ABCD與平行四邊形BCFE關於BG所在的直線對稱， $\angle ABE = 90^\circ$ ，則 $\angle D$ 的大小為()

Win up to 1,000 points!

如圖，若平行四邊形ABCD與平行四邊形BCFE關於BG所在的直線對稱， $\angle ABE = 90^\circ$ ，則 $\angle D$ 的大小為()



24

Skip
0
Answers

90°

45°

30°

60°

答案: 45°

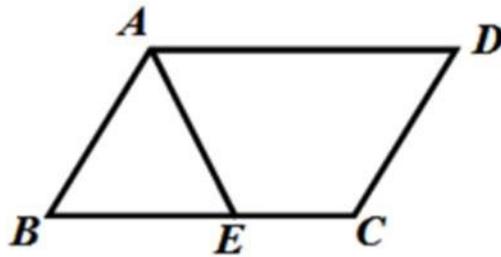
Question 8 of 10

如圖，若平行四邊形ABCD與平行四邊形BCFE關於BG所在的直線對稱， $\angle ABE = 90^\circ$ ，則 $\angle D$ 的大小為()

Win up to 1,000 points!

在平行四邊形 $ABCD$ 中， AE 平分
 $\angle DAB$ ， $BE = 6$ ， $EC = 4$ ，則平行四
邊形 $ABCD$ 的周長是()

29



Skip

0

Answers



20



24



30



32

答案：



32



Question 10 of 10

如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，
對角線相交於點 O ，則與 $\triangle ABC$
面積相等的三角形個數是()

Final question! Think hard - you could win up to 1,000
points!

如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，對角線相交於點 O ，則與 $\triangle ABC$ 面積相等的三角形個數是()

26

Skip
0
Answers

1個
2個
3個
4個

答案: 3個

五、總結：(3分鐘)

小結:

平行四邊形的定義：
兩組對邊分別平行的四邊形叫做平行四邊形。

平行四邊形的對邊相等。

平行四邊形的對角相等。

平行四邊形的對角線互相平分。

夾在兩條平行線間的平行線段相等。

小結與前面知識回顧的填空相呼應，把整章節(平行四邊形的性質)的定義、定理、推論作總結，亦把定義、定理、推論的重點部分突顯出來。

【課題】 平行四邊形的判定(一)

【教學目標】

1. 知道兩組對邊分別相等的四邊形是平行四邊形
2. 知道兩組對角分別相等的四邊形是平行四邊形
3. 通過兩個判定定理的證明和應用，引發學生的推理能力

【教學重點】

平行四邊形的判定方法

【教學難點】

平行四邊形的判定方法的理解和記憶

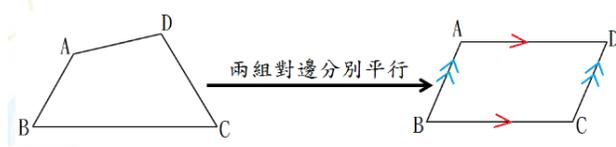
【課時】 一節(40 分鐘)

【教學過程】

一、溫故知新：複習舊知識 (2分鐘)

知識回顧

判定平行四邊形的方法：



$$\begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \end{cases} \Rightarrow \square ABCD$$

由**定義**可以判定

兩組對邊分別平行的四邊形叫做平行四邊形。

平行四邊形性質定理1：平行四邊形的**對邊**相等

平行四邊形性質定理2：平行四邊形的**對角**相等

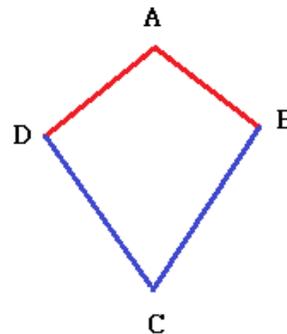
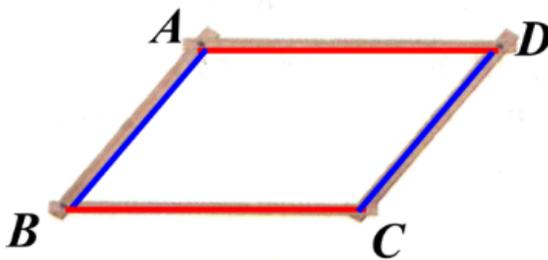
平行四邊形性質定理3：平行四邊形的**對角線**互相平分。

二、引入及講授新課（15分鐘）

探究活動(一)

要求全班同學分成兩組進行：

- (1) 一半同學做對邊相等的四邊形，另一半同學做對邊不相等的四邊形。
- (2) 要求同學將兩長兩短的四根塑膠吸管，並成一個四邊形。
- (3) 要求同學利用初一所學的平行線的平移方法，觀察手上的四邊形的對邊會有什麼關係。



- (4) 利用DyKnow中的 Share Control抽出各組一名同學回答手上的四邊形是否平行四邊形。如果係，請同學回答用什麼方法得出結論。

結論：

- (5) 老師和同學一起歸納得出結論：_____對邊分別_____的四邊形為平行四邊

形。

平行四邊形判定定理1：

兩組對邊分別相等的四邊形是平行四邊形。

證明方法：(利用全等三角形去證明判定定理的成立)

已知：在四邊形 $ABCD$ 中， $AB=CD$ ， $BC=DA$ ，

求證：四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形。

證明：連結 AC (作法)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中

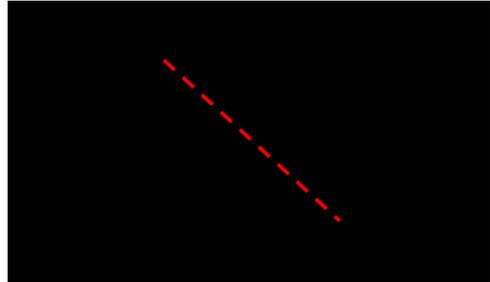
$$\begin{cases} AB=CD \text{ (已知)} \\ BC=DA \text{ (已知)} \\ AC=CA \text{ (公共邊)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SSS)

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ (全等三角形的對應邊相等)

$\therefore AB \parallel CD$ ， $BC \parallel AD$ (內錯角相等，兩直線平行)

\therefore 四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形 (兩組對邊分別平行的四邊形為平行四邊形)



幾何語言：

$\because AB = CD, AD = BC$ ()

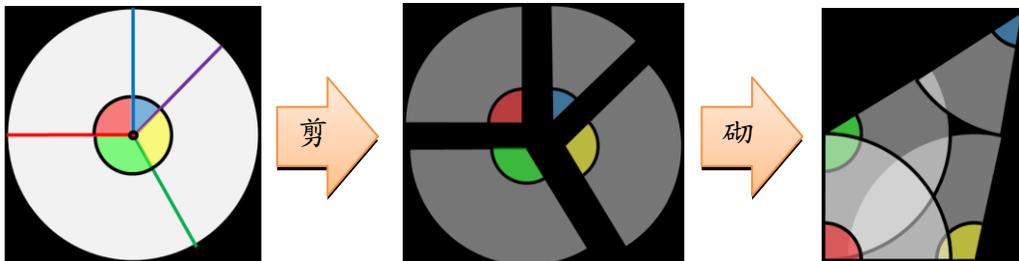
\therefore 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形 (兩組對邊分別相等的四邊形為平行四邊形)

探究活動(二)

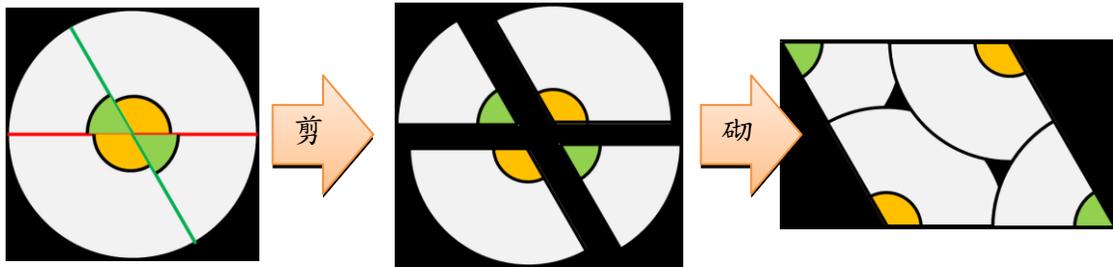
要求全班同學分成兩組進行：

(把老師給予的圓形沿顏色線剪出四個角並拼出一個四邊形)

第一情況：沿着顏色線剪開得出四個角，這四個角不能分成兩組分別相等的角。



第二情況：沿着圓的兩邊直徑剪開，得到兩組分別相等的角。



兩組同學分別量度手上所做的四邊形的對角的度數

同學回答：

發現：兩組對角分別相等的四邊形_____ (是/不是) 平行四邊形。

兩組對角分別不相等的四邊形_____ (是/不是) 平行四邊形。

平行四邊形判定定理2：

兩組對角分別相等的四邊形是平行四邊形。

證明方法：

(利用四邊形內角和定理、平行線的判定定理證明定理成立)

已知：在四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ，

求證：四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形。

證： $\because \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$ (四邊形內角和為 360°)

又 $\because \angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ (已知)

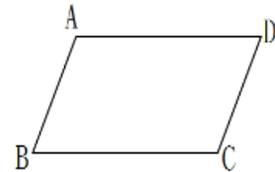
$\therefore 2\angle A + 2\angle B = 360^\circ$ (等量代換)

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$

$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ$ (等量代換)

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AB \parallel CD$ (同旁內角互補，兩直線平行)

\therefore 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形 (兩組對邊分別平行的四邊形為平行四邊形)



幾何語言：

$\because \angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$

∴ 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形 (兩組對邊分別相等的四邊形為平行四邊形)

三·講解例題：(10分鐘)

根據今堂所學的兩個判定定理應選用那個定理判定這個四邊形為平行四邊形

例1 分析：

- (1) 讓同學回答四邊形周長的求法；
- (2) 從已知的比值，使用 Dyknow 中 Share Control 抽出同學寫出三邊的關係式，老師和同學一起列出方程並求出三邊的長度；
- (3) 根據以上所學的那個定理能判定這個四邊形是平行四邊形；
- (4) 老師要求同學自己寫出判定定理並從 Dyknow 中的 Monitor 檢視同學的答案。

已知：在四邊形中， $AB : BC : CD = 1 : 2 : 1$ ， $AD = 8$ ，四邊形 $ABCD$ 的周長為24，
求證：四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形。

證：設 AB 、 BC 、 CD 分別為 x 、 $2x$ 、 x

∴ $AD = 8$ ，四邊形 $ABCD$ 的周長為24 (已知)

$$\therefore x + 2x + x + 8 = 24$$

$$4x = 16$$

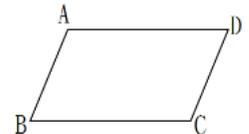
$$x = 4$$

$$AB = 4, BC = 8, CD = 4$$

∴ $AB = CD$ ， $BC = AD$ (等代)

∴ 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

(_____)



例 2 分析：

- (1) 讓同學回答四邊形內角和定理；
- (2) 從已知的比值，使用 Dyknow 中 share control 抽出同學寫出三個角的關係式，老師和同學一起列出方程並求出三個角的度數；
- (3) 根據以上所學的那個定理能判定這個四邊形是平行四邊形；
- (4) 老師要求同學自己寫出判定定理並從 Dyknow 中的 Monitor 檢視同學的答案。

練習：

已知：在四邊形中， $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 2$ ， $\angle D = 108^\circ$

求證：四邊形 ABCD 是平行四邊形。

證明：設 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 分別為 $2x$ 、 $3x$ 、 $2x$

$\because \angle D = 108^\circ$ (已知)

又 $\because \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$ (四邊形內角和為 360°)

$$\therefore 2x + 3x + 2x + 108^\circ = 360^\circ$$

$$7x = 252^\circ$$

$$x = 36^\circ$$

$$\therefore \angle A = 72^\circ, \angle B = 108^\circ, \angle C = 72^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle C, \angle B = \angle D \text{ (等量代換)}$$

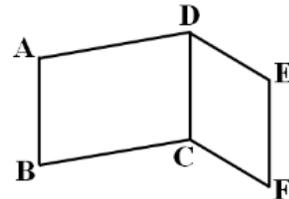
$$\therefore \text{四邊形 ABCD 是平行四邊形 (_____)}$$

四、自我檢測：(10 分鐘)

老師使用 DyKnow 功能中的 Manage Panels 把學生的自我檢測收上來，並檢視同學的答案，接着把正確的答案利用功能派給每一位同學：

已知：如圖所示， $AB = DC = EF$ ， $AD = BC$ ， $DE = CF$ ，

求證： $AB // DC // EF$ 。



五、小結及作業：（3分鐘）

小 結：

平行四邊形的定義：

兩組對邊分別平行的四邊形叫做平行四邊形。

平行四邊形判定定理1：

兩組對邊分別相等的四邊形是平行四邊形。

平行四邊形判定定理2：

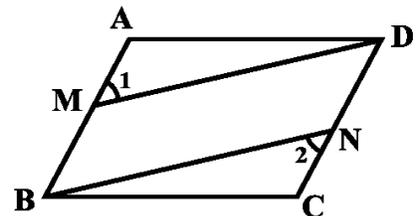
兩組對角分別相等的四邊形是平行四邊形。

功課：

1. 已知：在四邊形中， $AB=9$ ， $BC=13$ ， $AD=13$ ，四邊形 $ABCD$ 的周長為 44，
求證：四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形。



2. 已知：在 $\square ABCD$ 中，點 M 、 N 分別為 AB 、 CD 上的一點， $\angle 1 = \angle 2$
求證：四邊形 $BNDM$ 是平行四邊形。



【課題】 平行四邊形的判定(二)

【教學目標】

1. 知道對角線互相平分的四邊形是平行四邊形
2. 知道一組對邊平行且相等的四邊形是平行四邊形
3. 通過兩個判定定理的證明和應用，引發學生的推理能力

【教學重點】

平行四邊形的判定方法

【教學難點】

平行四邊形的判定方法的理解和記憶

【課時】 一節(40分鐘)

【教學過程】

(一) 溫故知新：複習舊知識 (2分鐘)

上堂回顧：

平行四邊形的定義：

兩組對邊分別平行的四邊形叫做平行四邊形。

平行四邊形判定定理1：

兩組對邊分別相等的四邊形是平行四邊形。

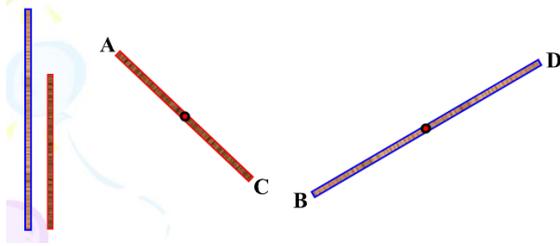
平行四邊形判定定理2：

兩組對角分別相等的四邊形是平行四邊形。

(二) 引入及證明 (15分鐘)

探究活動(三)

- (1) 要求同學將一長一短的兩根塑膠吸管的中點，用圖釘把它們釘在一起，然後用紙條把膠管的四個頂點連結得出一個四邊形。



- (2) 同學可利用初一所學的平行線的平移方法，觀察這個四邊形的對邊會有什麼關係？
- (3) 老師利用DyKnow中的 Share Control抽出一名同學回答這個四邊形是否平行四邊形嗎？

老師和同學一起歸納得出結論：_____互相平分的四邊形為平行四邊形。

- (4) 在這時候老師看看有沒有同學提出：
如果不是兩根塑膠吸管的中點重疊，所得出的四邊形是否為平行四邊形？

結論：_____ (是/不是) 為什麼？_____

命題3：對角線互相平分的四邊形是平行四邊形。

證明方法：(利用全等三角形判定證明定理成立)

已知：四邊形 $ABCD$ ，對角線 AC 、 BD 交於點 O ，且 $OA = OC$ ， $OB = OD$ ，

求證：四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形。

證明：在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle COB$ 中

$$\begin{cases} OA=OC & (\text{已知}) \\ \angle AOD=\angle COB & (\text{對頂角相等}) \\ OD=OB & (\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB$ (SAS)

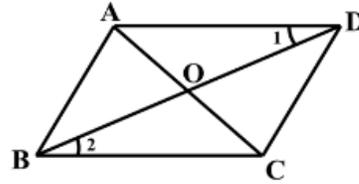
$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (全等三角形對應角相等)

$\therefore AD \parallel BC$ (內錯角相等，兩直線平行)

\therefore 同理可證 $AB \parallel CD$

\therefore 四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形

(兩組對邊互相平行的四邊形是平行四邊形)



幾何語言：

$\therefore OA=OC, OB=OD$

\therefore 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形 (對角線互相平分的四邊形為平行四邊形)

探究活動(四)

- (1) 取兩等長的塑膠吸管 AD 、 BC ，將它們平行放置並固定其位置，再用紙條把塑膠的四個頂點連結得出一個四邊形。



(2) 同學利用初一所學的平行線的平移方法，觀察這個四邊形的對邊會有什麼關係？

(3) 同學自己歸納得出結論：_____對邊平行且相等的四邊形是平行四邊形。

(4) 在這時候老師提出：如果一組對邊相等但不平行的四邊形是否平行四邊形？

結論：_____（是/不是） 為什麼？_____

命題4：兩組對角分別相等的四邊形是平行四邊形。

證明方法：（利用全等三角形判定證明定理成立）

已知：在四邊形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ，

求證：四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形。

證：連結 BD

$\because AD \parallel BC$ （已知）

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ （兩直線平行，內錯角相

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 中

$$\begin{cases} AD = CB & (\text{已知}) \\ \angle 1 = \angle 2 & (\text{已證}) \\ BD = DB & (\text{公共邊}) \end{cases}$$

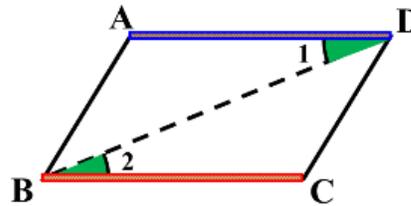
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB$ （ SAS ）

$\therefore AB = DC$ （全等三角形對應邊相等）

$\because AD = BC$ （已知）

\therefore 四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形

（兩組對邊分別相等的四邊形是平行四邊形）



幾何語言：

$\because AD \parallel BC$ ， $AD = BC$

\therefore 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形（一組對邊平行且相等的邊形為平行四邊形）

若 $AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ 簡記為 $AD \underline{\underline{=}} BC$

三·講解例題：(10分鐘)

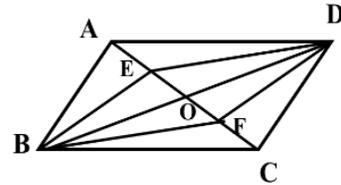
根據所學的四個判定定理應選用那個定理判定這個四邊形為平行四邊形

例 1 分析：

- (1)先讓同學在自己電腦版面寫出自己將用那一個判定定理，
然後老師利用 Dyknow 中的 Monitor 抽出同學不同的想法。

- (2) 這時候老師觀察同學能講出那幾個判定定理。
- (3) 每一個定理是否都能成立？
- (4) 如果同學遺留了那個定理，老師補充遺留了的定理是否成立？

已知：平行四邊形 $ABCD$ 的對角線 AC 、 BD 交於點 O ， E 、 F 是 AC 上的兩點，且 $AE = CF$
求證：四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形。



方法(一)

證明： \because 平行四邊形 $ABCD$ ， $AE = CF$ (已知)
 $\therefore AB = CD$ ， $AD = BC$ (平行四邊形對邊相等)
 $\therefore AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ (平行四邊形對邊平行)
 $\therefore \angle BAC = \angle DCA$ ， $\angle DAC = \angle BCA$ (兩直線平行，內錯角相等)
在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中
$$\begin{cases} AB = CD & (\text{已證}) \\ \angle BAC = \angle DCA & (\text{已證}) \\ AE = CF & (\text{已知}) \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS)
 $\therefore BE = DF$ (全等三角形對應邊相等)
同理可證 $\triangle AED \cong \triangle CFB$ (SAS)
 $\therefore DE = BF$ (全等三角形對應邊相等)
 \therefore 四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形
(兩組對邊分別相等的四邊形為平行四邊形)

方法(二)

證明： ∵ 平行四邊形 $ABCD$ ， $AE = CF$ (已知)
 ∴ $AB = CD$ ， $AD = BC$ (平行四邊形對邊相等)
 ∴ $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ (平行四邊形對邊平行)
 ∴ $\angle BAC = \angle DCA$ ， $\angle DAC = \angle BCA$ (兩直線平行，內錯角相等)
 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中

$$\begin{cases} AB = CD & \text{(已證)} \\ \angle BAC = \angle DCA & \text{(已證)} \\ AE = CF & \text{(已知)} \end{cases}$$
 ∴ $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS)
 ∴ $\angle BEA = \angle DFC$ (全等三角形對應角相等)
 ∵ $\angle BEA + \angle BEO = 180^\circ$ (鄰補角定義)
 $\angle DFC + \angle DFO = 180^\circ$ (鄰補角定義)
 ∴ $\angle BEO = \angle DFO$ (等角的補角相等)
 ∴ $BE \parallel DF$ (內錯角相等，兩直線平行)
 同理可證： $DE \parallel BF$
 ∴ 四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形 (兩組對邊分別平行的四邊形為平行四邊形)

方法(三)

證明： ∵ 平行四邊形 $ABCD$ ， $AE = CF$ (已知)
 ∴ $AB = CD$ ， $AD = BC$ (平行四邊形對邊相等)
 ∴ $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ (平行四邊形對邊平行)
 ∴ $\angle BAC = \angle DCA$ ， $\angle DAC = \angle BCA$ (兩直線平行，內錯角相等)
 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中

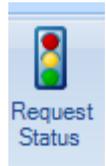
$$\begin{cases} AB = CD & \text{(已證)} \\ \angle BAC = \angle DCA & \text{(已證)} \\ AE = CF & \text{(已知)} \end{cases}$$
 ∴ $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS)
 ∴ $BE = DF$ (全等三角形對應邊相等)
 ∴ $\angle BEA = \angle DFC$ (全等三角形對應角相等)
 ∵ $\angle BEA + \angle BEO = 180^\circ$ (鄰補角定義)
 $\angle DFC + \angle DFO = 180^\circ$ (鄰補角定義)
 ∴ $\angle BEO = \angle DFO$ (等角的補角相等)
 ∴ $BE \parallel DF$ (內錯角相等，兩直線平行)
 ∴ 四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形 (一組對邊平行且相等的四邊形為平行四邊形)

方法(四)

證明： \because 平行四邊形 $ABCD$ ， $AE = CF$ (已知)
 $\therefore AO = CO, BO = DO$ (平行四邊形對角線互相平分)
 $\therefore AO - AE = CO - CF$ (等減公理)
 $\therefore EO = FO$ (等量代換)
 $\because BO = DO, EO = FO$ (已證)
 \therefore 四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形(對角線互相平分的四邊形為平行四邊形)

最後老師再提出：同學你會採用那個方法？為什麼？

請同學用 Dyknow 中的紅綠燈功能投票，看看這四種方法哪一種最多人採用。

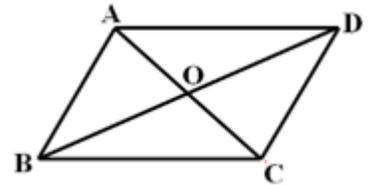


(四) 堂上練習：(10 分鐘)

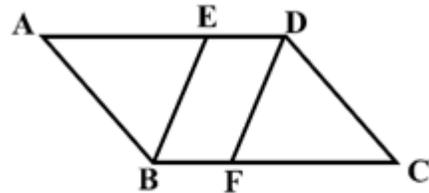
選擇題：

1. 下列各組條件中,不能判定為平行四邊形的是 ()

- A. $AB \parallel CD, AD \parallel BC$
- B. $AB = CD, AD = BC$
- C. $AB = CD, AB \parallel CD$
- D. $AB = CD, AD \parallel BC$
- E. $\angle BAD = \angle BCD, \angle ABC = \angle ADC$
- F. $OA = OC, OB = OD$



2. 已知：如圖所示，在 $\square ABCD$ 中，E在AD邊上，F在BC邊上， $AE = CF$
求證：四邊形EBFD是平行四邊形



老師使用 DyKnow 功能中的 Manage Panels 把學生的練習收上來，並檢視同學的答案，接着把正確的答案利用功能派給每一位同學。

五、小結及作業：(3 分鐘)

小 結：

平行四邊形的定義：

兩組對邊分別平行的四邊形叫做平行四邊形。

平行四邊形判定定理1：

兩組對邊分別相等的四邊形是平行四邊形。

平行四邊形判定定理2：

兩組對角分別相等的四邊形是平行四邊形。

平行四邊形判定定理3：

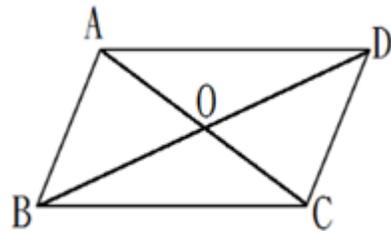
對角線互相平分的四邊形是平行四邊形。

平行四邊形判定定理4：

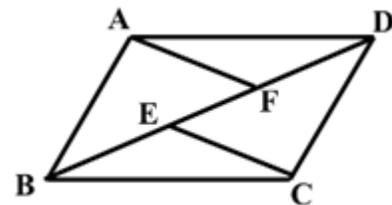
一組對邊平行且相等的四邊形是平行四邊形。

功課：

1. 已知：AC與BD交於點O，並且 $\triangle AOB \cong \triangle COD$
求證：四邊形ABCD是平行四邊形



2. 已知：如圖所示，E、F是四邊形ABCD的對角線AC上的兩點，
 $AF = CE$ ， $AF \parallel CE$ ， $DF = BE$.
求證：四邊形ABCD是平行四邊形.



【課題】 平行四邊形的判定(三)

【教學目標】

1. 能正確應用平行四邊形的判定
2. 能應用平行四邊形的性質和判定解決平行四邊形的有關計算問題和簡單的證明題
3. 培養學生的推理論證能力和邏輯思維能力

【教學重點】

1. 正確應用平行四邊形的定義、性質和判定的應用
2. 平行四邊形的四種判定方法

【教學難點】

1. 綜合運用平行四邊形的性質及判定方法解決有關問題
2. 培養學生的推理論證能力和邏輯思維能力

【課時】 一節(40 分鐘)

【教學過程】

(一) 溫故知新：複習舊知識 (2分鐘)

平行四邊形性質定理1：平行四邊形的對邊相等。

平行四邊形性質定理2：平行四邊形的對角相等。

平行四邊形性質定理3：平行四邊形的對角線互相平分。

平行四邊形的定義：

兩組對邊分別平行的四邊形叫做平行四邊形。

平行四邊形判定定理1：

兩組對邊分別相等的四邊形是平行四邊形。

平行四邊形判定定理2：

兩組對角分別相等的四邊形是平行四邊形。

平行四邊形判定定理3：

對角線互相平分的四邊形是平行四邊形。

平行四邊形判定定理4：

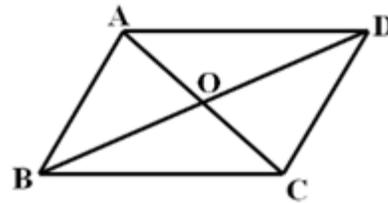
一組對邊平行且相等的四邊形是平行四邊形。

(二) 利用填空、選擇題和判斷題使同學加深對平行四邊形的性質定理及判定的理解及記憶： (10 分鐘)

1. 填表：

在四邊形 $ABCD$ 中，

- (1) $AB \parallel CD$
- (2) $AD \parallel BC$
- (3) $AB = CD$
- (4) $AD = BC$
- (5) $AO = CO$
- (6) $BO = DO$



選擇兩個條件，

能判定四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形的共有_____對。

答案		

老師詢問：表中的九個空格能否填滿？

〔注：格式上要求同學在一空格上填兩個條件，九〕

2. 選擇題：（5分鐘）

利用 DyKnow 中的選擇功能 Poll 檢查學生對平行四邊形的性質定理和平行四邊形的判定定理的理解和記憶，老師利用功能可以知道個別同學對概念和定理仍未掌握好，可作出適當的輔導。

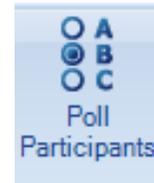
(1) 四邊形 $ABCD$ ， $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ，則下列結論錯誤的是()

- A. $AB = CD$
- B. $AD \parallel BC$
- C. $\angle A = \angle B$
- D. 對角線互相平分



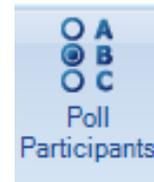
(2) 已知：在四邊形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，要使這個四邊形為平行四邊形，下列條件中不能添加的是()

- A. $AD = BC$
- B. $AB = DC$
- C. $\angle A = \angle C$
- D. $AB \parallel DC$



(3) 能判定一個四邊形是平行四邊形的條件是()

- A. 一組對角相等
- B. 一組對邊平行且相等
- C. 一組鄰角互補
- D. 兩條對角線互相垂直



(三) 自我檢測（5分鐘）

判斷題：

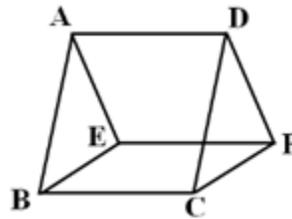
1. 相鄰的兩角都互補的四邊形是平行四邊形。----- ()
2. 兩組對角分別相等的四邊形是平行四邊形。----- ()

3. 一組對邊平行，另一組對邊相等的四邊形是平行四邊形。--- ()
4. 一組對邊平行且相等的四邊形是平行四邊形。----- ()
5. 對角線互相平分的四邊形是平行四邊形。----- ()
6. 一組對邊平行，一組對角相等的四邊形是平行四邊形。----- ()

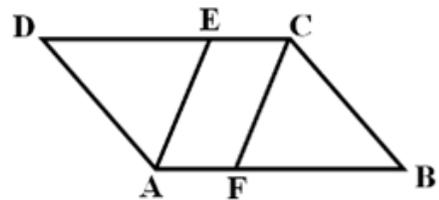
(四) 堂上檢測：(16 分鐘)

[注：在這時候，老師根據同學的學習差異，可作個別指導]

1. 已知：四邊形 AEFD 和 EBCF 都是平行四邊形，
求證：四邊形 ABCD 是平行四邊形。



2. 已知：如圖所示，在 $\square ABCD$ 中，AE、CF 分別是 $\angle DAB$ 、 $\angle BCD$ 的平分線，
求證：四邊形 AFCE 是平行四邊形。



(五) 小結及作業：(2 分鐘)

平行四邊形的定義：

兩組對邊分別平行的四邊形叫做平行四邊形。

平行四邊形性質定理1：平行四邊形的對邊相等

平行四邊形性質定理2：平行四邊形的對角相等

平行四邊形性質定理3：平行四邊形的對角線互相平分。

推論1：夾在兩條平行線間的平行線段相等

平行四邊形判定定理1：

兩組對邊分別相等的四邊形是平行四邊形。

平行四邊形判定定理2：

兩組對角分別相等的四邊形是平行四邊形。

平行四邊形判定定理3：

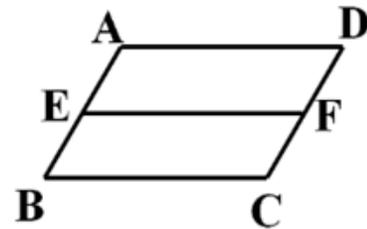
對角線互相平分的四邊形是平行四邊形。

平行四邊形判定定理4：

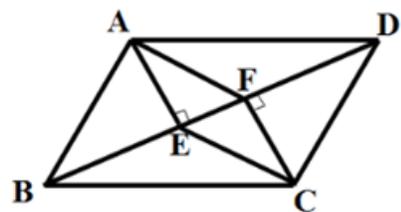
一組對邊平行且相等的四邊形是平行四邊形。

功課：

1. 已知：在 $\square ABCD$ 中， E 為 AB 的中點， F 為 CD 的中點，
求證： $EF=BC$ 。



2. 已知：如圖所示， BD 是 $\square ABCD$ 的對角， $AE \perp BD$ 於 E ， $CF \perp BD$ 於 F ，
求證：四邊形 $AECF$ 是平行四邊形。



教學評估及反思

學習”平行線的性質定理”和”平行線的判定定理“，我們採用了探究的方法，讓學生通過動手做，互相討論和探討，從而培養學生的觀察和歸納能力，以提升同學的學習動機。

學生知道”平行線的性質定理”和”平行線的判定定理“，的推導過程後，老師除了解

例題外，上課一半時間讓同學在課堂上動手做練習，使同學通過對題目的觀察，培養學生主動思考並養成良好的學習模式。

因”平行線的性質定理”和”平行線的判定定理“的記憶較易，但學生在做題時會出現判斷的混亂，到底用性質定理還是判定定理。這時老師要用提問的方式，了解學生對題目的理解，引導學生朝著證明的結論出發。對於程度較差的同學，老師給予個別照顧。

對於第三課堂和第六課堂老師給了學生多動手的思考機會，以不同的形式提升學生的合作精神，並從分組中各展所長，養成充分合作的態度。

總括而言，本教學設計從學生的角度出發，多用動手做而引起學生的學習動機。同時使用電子教學軟件 DyKnow，有助提升課堂的學習氣氛，從而達到預期的效果。

參考資料

1. 《九年義務教育三年制初級中學 幾何第二冊 教師教學用書》
人民教育出版社中學數學室編著 人民教育出版社
2. 《與三年制初中最新教材(人教版)同步 1課3練 初二數學》
蔣佩錦主編 延邊教育出版社

附件檔案說明

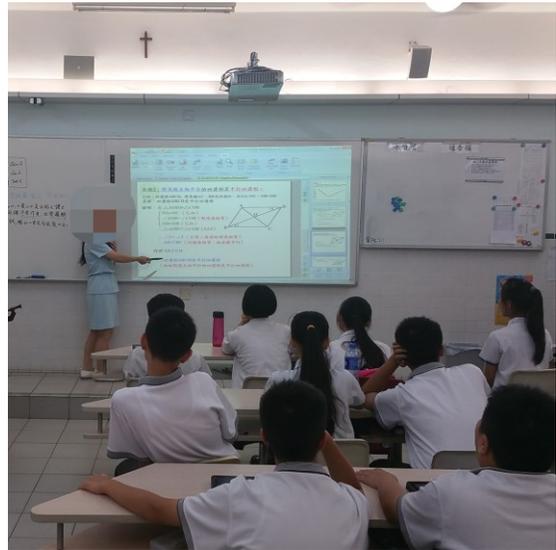
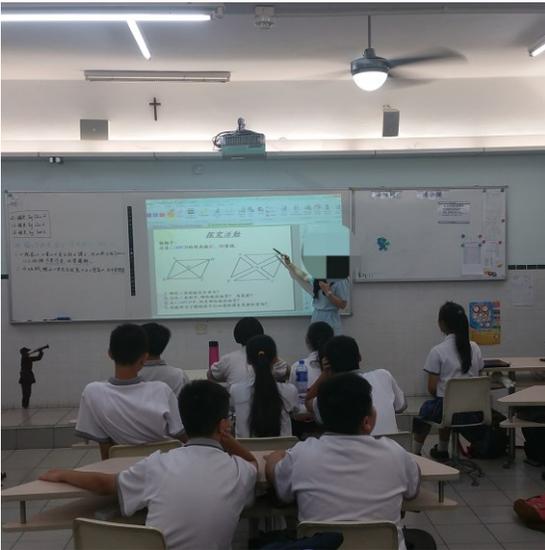
由於本單元之教學主要應用 Dyknow 軟件進行教學，課件(*.dyz)可用 Dyknow 來播放。

課件檔案名稱
4.3 平行四邊形及其性質-1.dyz
4.3 平行四邊形及其性質-2.dyz
4.3 平行四邊形及其性質-3.dyz
4.4 平行四邊形判定-1.dyz
4.4 平行四邊形判定-2.dyz
4.4 平行四邊形判定-3.dyz

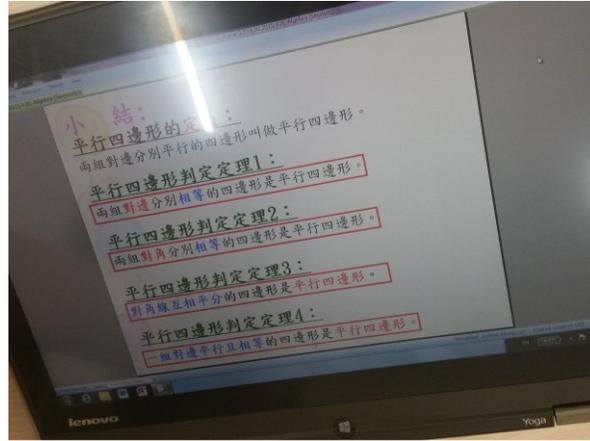
活動相片



學生在進行探究活動



老師在講解探究活動題目和定理證明



學生在課堂中作小結



老師為學生解決問題