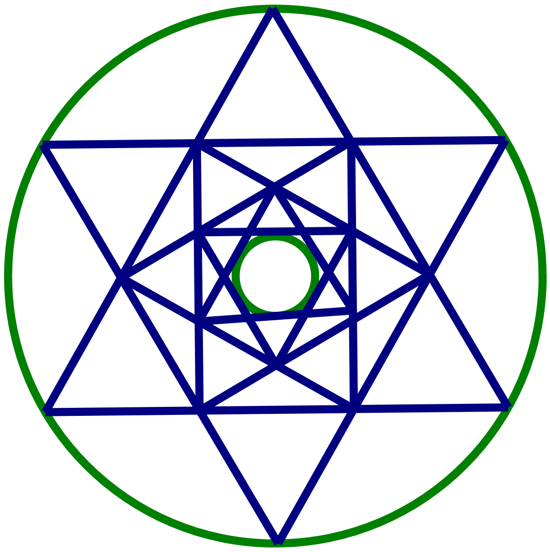
2015 /2016 學年教學設計獎勵計劃

圓的弦和弧



參選編號：G051

學科名稱：幾何

教育階段：初三

簡介

初三的幾何的內容所涉及的概念較多， 本教學設計嘗試用 「翻轉教室」的教學法將概念的形成， 預先錄制影片用動態的方法揭示定理、概念的來龍去脈，加深學生對數學概念的理解， 希望讓學生能較好地掌握相關的概念。

本教學設計採用「翻轉教室」的形式是將傳統在課堂裡教授的知識、概念預先錄製影片，讓學生在課前觀看影片學習知識內容，亦即將傳統教學中的知識傳遞，改用短小的教學影片呈現，讓學生自主選擇學習時間與地點的彈性；在課堂上老師檢查學生觀看影片所掌握知識的程度，通過課堂上互動討論讓學生建立主動參與學習活動及討論的學習文化；騰出的時間使得上課時間發揮得淋漓盡致；教學者能夠觀察學生的學習狀態並提供解決學習困難的機會。

本教學設計嘗試以「翻轉教室」的教學法，突破學生的難點，將圓其中一些基本概念用影片作為展示，每一個視頻都針對一個特定的問題，有較強的針對性；並且視頻的長度控制在學生注意力能比較集中的時間，教學信息清晰明確，而且簡短的視頻更能符合現今學生接受資訊的模式。視頻內容針對學生易錯易混淆的地方重點介紹，老師也在旁述加強提起學生的關注，使學生通過看視頻，進行自主學習。而使用的短小視頻，能讓學生在收看視頻時，即使遇上困難，也可以重覆收看。因應個別差異的接受能力可暫停及重播影片，確保學生能掌握好傳遞的知識。「翻轉教室」就是將傳統課堂的「信息傳遞」提前在課前通過視頻實現，並且其中兩個教節附設簡單的問題，檢查學生對視頻的掌握情況；而傳統上學生在課後的「吸收內化」過程翻轉到課堂內，由師生互動來完成。教師能提前了解學生的學習困難，在課堂上給予有效的輔導，通過同學的互動討論促進學生的知識內化。

目次

教學進度表

課節	課題	課題內容	授課時間	課時
第一課節	過三點的圓	在過不在同一條直線上三點作圓	2015-02-22	1
第二課節	垂直於弦的直徑(一)	垂徑定理及其運用	2015-02-22	1
第三課節	垂直於弦的直徑(二)	垂徑定理、推論及其運用	2015-02-23	1
第四課節	圓心角、弧、弦、弦心距之間關系(一)	圓心角、弧、弦、弦心距的相等關系定理、推論，及其運用(一)	2015-02-24	1
第五課節	圓心角、弧、弦、弦心距之間關系(二)	圓心角、弧、弦、弦心距的相等關系定理、推論，及其運用(二)	2015-02-25	1

壹、教學計劃內容簡介

一、教學目標

1. 使學生能在過不在同一條直線上的三點作圓。
2. 使學生理解圓的對稱性，掌握垂直定理及推論，并會解決有關証明，計算和作圖問題。
3. 使學生掌握圓心角、弧、弦心距的相等關系定理及推論，并初步學會運用這些關系解決有關問題。

二、主要內容

1. 過三點作圓
2. 垂直於弦的直徑
3. 圓心角、弧、弦、弦心距之間關系

三、設計創意和特色

利用 「翻轉教室」的教學方式， 將傳統的 「先教後學」翻轉為「先學後教」， 教學設計就是把適合的教學內容制成課前視頻， 讓學生在課堂前自主觀看學習， 利用相應的問題或課堂上的問題討論， 從而獲取知識和解決問題; 設計特色就是借助資訊科技改變傳統的教學模式， 將學習的責任回歸到學生身上，充分體現教學改革中所提倡以學生為主體、教師為主導的教學理念。

四、教學重點

垂徑定理; 圓心角、弧、弦、弦心距之間關系

五、教學難點

適當應用定理解決問題

六、教學用具

課前學習視頻、課堂 PPT、學生工作紙

七、教學課時

五課時

八、有關教案的一些說明

課節	課題	課前視頻檔案名	課堂 PPT 名稱
第一課節	過三點的圓	01 第一課時過三點的圓課前影片 影片網址: https://www.youtube.com/watch?v=tf4P4JCrMMw	02 第一課時堂上用 PPT 7.2 過三點作圓
第二課節	垂直於弦的直徑(一)	03 第二課時垂徑定理課前影片 影片網址: https://www.youtube.com/watch?v=9Y9Ee-RKI88	04 第二課時堂上用 PPT 7.3 垂徑定理 1
第三課節	垂直於弦的直徑(二)	--	05 第三課時堂上用 PPT 7.3 垂徑定理 2
第四課節	圓心角、弧、弦、弦心距之間關系(一)	06 第四課時課前影片圓心角弧弦弦心距之間的關係 1 影片網址: https://www.youtube.com/watch?v=Wc0OjC74tuE	07 第四課時圓心角、弧、弦、弦心距之間的關係課堂 1
第五課節	圓心角、弧、弦、弦心距之間關系(二)	08 第五課時圓心角弦弦心距課前影片 影片網址: https://www.youtube.com/watch?v=R8IrC2cAjXE	09 第五課時圓心角、弧、弦、弦心距之間的關係課堂(2)

課前視頻放在學校購置的一個平台 [FLIP CLASSROOM] 上

網址: http://www.flip.hk/admin/login.php

【登入畫面截圖】

學生有個人登入的賬號及密碼登入觀看視頻及做網上練習， 在平台上教師可以檢查學生的完成情況、練習的完成情況， 以下為在平台上的一些情況

【影片放置位置截圖】

【學生觀看影片記錄截圖】

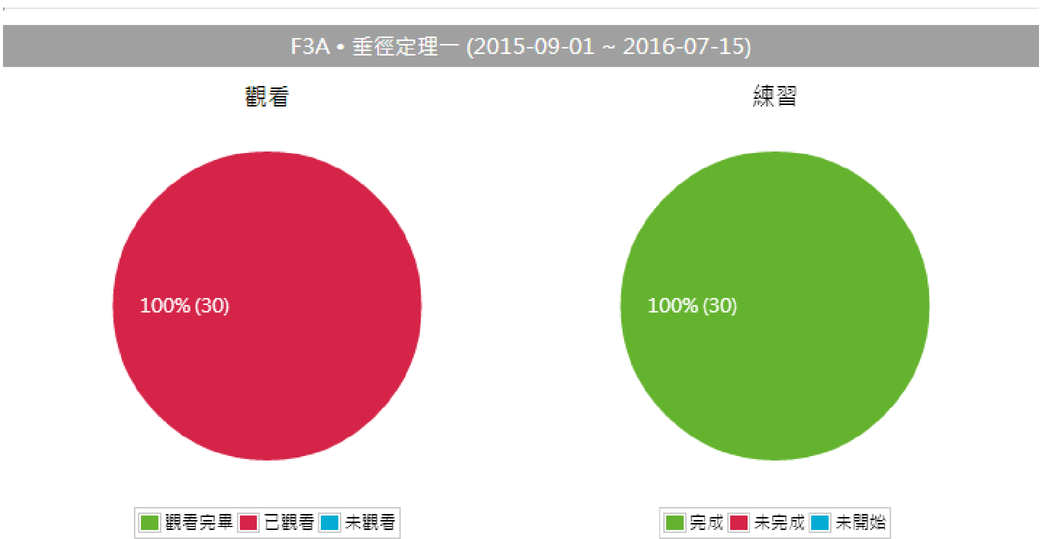
三點作圖	
學生姓名	**觀看/開啟影片時間**
伍曉辰	00:05:27 / 00:18:27
黃敏芝	00:02:27 / 00:02:29
文立信	00:05:25 / 00:06:57
甘程朗	00:05:27 / 00:07:28
崔保瑩	00:09:04 / 00:20:18
何曉彤	00:05:17 / 00:05:52
趙光耀	00:05:26 / 00:05:47
周嘉熙	00:04:28 / 00:04:29
林熙朗	00:05:25 / 00:10:31
周迪倫	00:08:54 / 00:11:53
吳宇誠	00:05:24 / 00:06:28
梁綺婷	00:05:23 / 00:05:30
鍾沛霖	00:05:27 / 00:05:35
李繼業	00:06:48 / 00:08:58
梁偉業	00:06:24 / 00:07:41
黃浩明	00:05:27 / 00:09:30
黃璟琳	00:05:27 / 00:05:37
郭家悅	00:05:26 / 00:05:36

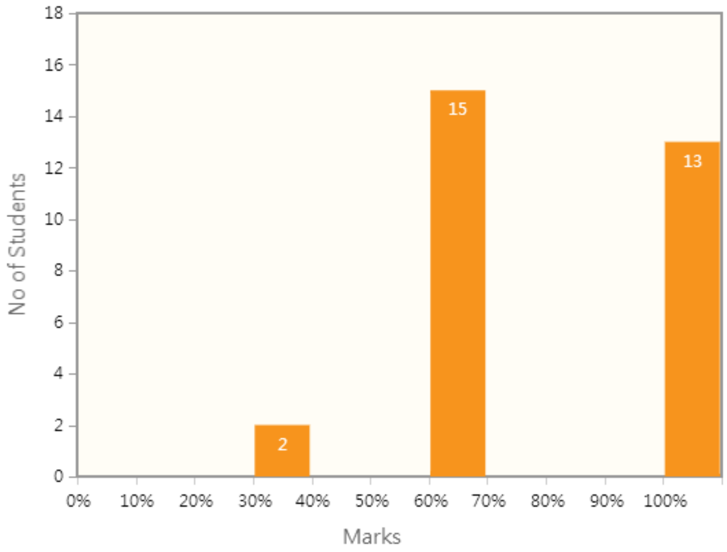
【學生做練習記錄截圖】

科目： 數學

播放清單： 垂徑定理一　　影片名稱： 垂徑定理一　　檢視

班別： F3A



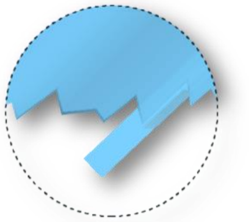
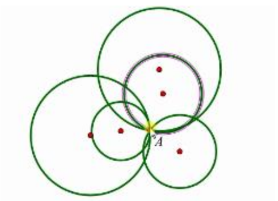


最高分	最低分	平均分	作答詳情	成績總覽.xlsx
3	1	2.37	檢視	下載

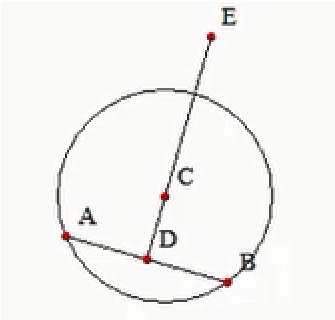
貳、教案

一、第一課時教案

教學課題	過三點的圓
教學目標	(一). 知識技能目標 1、(瞭解) (1)知道不在同一條直線上的三點確定一個圓。 (2)三角形的外心。 2、(掌握) (1)會用尺規作過不在同一直線上的三個點的圓； (2)掌握三角形的外接圓、圓的內接三角形的概念。 (二). 能力目標 1、通過學生自己動手作圖，在動手參與的過程中探索、發現科學知識，進一步提高學生的動手做的積極性。 2、提高學生應用數學知識解決生活中實際問題的能力。 (三) 情感態度價值觀 1、增強學生的數學應用意識，提高學生學習數學的興趣和積極性。 2、培養學生樹立良好的學習態度、養成永無止境的科學探索精神。
教學重點	過不共線的三點圓的圓心的確定
教學難點	如何確定圓的思維過程
學情分析	學生數學基礎知識不太紮實，思維較活躍，有一定的分析能力，但深入分析解決問題的能力有待提高。學生對過一點做直線、兩點確定一條直線已有一定的基礎。我估計:(1) 過一個已知點 A 如何作圓?過已知兩點 A、B 如何作圓?大部分的學生可以通過動手完成。(2) 但對過同一平面內三個點的情況會怎樣呢?不少的同學作圖過程中會遇到困難的。

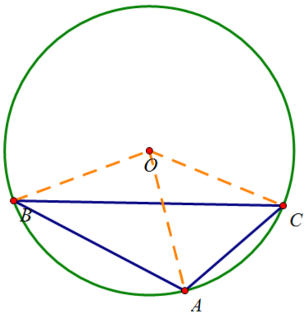
<table>
<tr><th>(一) 課前影片設計</th><th>教學意圖</th></tr>
<tr><td>影片檔案名稱: 第一課時　過三點的圓課前影片</td><td>學生在課前觀看影片
理解過三點作圓的概念</td></tr>
<tr><td>一 情景引入:
現有一塊打碎的圓形玻璃鏡子殘片，想重新去玻璃店配一塊同樣大小的圓形玻璃鏡子，請問這塊殘片還有用嗎？怎樣去配製呢？
思考：如何解決這一實際問題？下面我們共同探尋究解決這一問題的辦法

二. 通過實驗演示以下探究內容，讓學生體驗知識的形成過程:
探究(一): 過一個已知點 A，如何作圓？
1. 思考：
(1)確定一個圓的關鍵是什麼?(圓心和半徑）
(2)圓心在哪裡?
(3)半徑多大?
2. 利用數學軟件演示過一點作圓:

3. 發現:
(1)過點 A 所作圓的圓心不定;
(2)半徑不定;
(3)可以作無數個這樣的圓.</td><td>設疑激情，引發興趣.

通過演示實驗， 動態展示出過一點作圓的情況，培養學生的觀察能力。</td></tr>
</table>

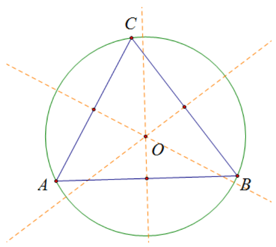
<table>
<tr>
<td>
探究(二):過已知兩點 A、B 如何作圓？
1. 思考:
(1) 過點 A、B 兩點有幾個圓?
(2) 它們的圓心到 A、B 兩點的距離怎樣？
(3) 圓心在哪裡?
2. 利用數學軟件演示過兩點作圓:


3. 發現:
(1) 圓心在直線 AB 的垂直平分線上;
(2) 圓心到 A、B 兩點的距離相等;
(3) 過點 A、B 兩點的圓有無數個.

探究(三): 過同一平面內三個點的情況會怎樣呢?
分兩種情況研究：
1. 經過不在一直線上三點 A、B、C. 作一個圓
(1) 思考:
①圓心在哪裡?
②圓心到 A、B、C 三點的距離怎樣？
③一共可作幾個圓?
④根據是什麼？（線段 AB、BC 的垂直平分線有且只有一個交點）
(2) 利用數學軟件演示過三點作圓
</td>
<td>
通過演示實驗，動態展示出過兩點作圓的情況，培養學生的觀察能力。
</td>
</tr>
</table>

(3) 發現: ①過三點作圓，只有一個; ②連接 AB、BC，作線段 AB、BC 垂直平分線的交點剛好與圓心重合; 2. 過在一直線上的三點 A、B、C 可以作幾個圓？ 利用數學軟件演示過在一直線上的三點作圓 發現: 兩條垂直平分線是平行的，沒有交點，也就找不到的圓心，從而圓也就不存在了。 小結: 過不在一直線上的三點只可以確定一個圓， 圓心為三角形兩條邊的垂直平分線的交點， 圓心到三角形頂點距離相等。	培養學生分類情況的思考方法。
三. 總結前面實驗所得的有關概念和性質： 1. 概念 (1)經過三角形三個頂點的圓叫三角形的外接圓。 (2)這個三角形叫這個圓的內接三角形； (3)這個圓的圓心叫三角形的外心。 2. 三角形外心的性質： 三角形的外心到三角形的三個頂點的距離相等。  注:△ABC 是⊙O 的內接三角形，⊙O 是△ABC 的外接圓 點 O 是△ABC 的外心，OA=OB=OC	鞏固和理解有關概念和性質

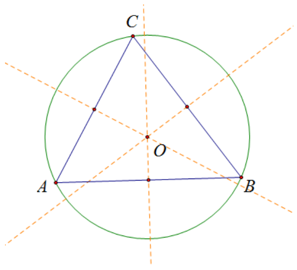
<table>
<tr><td colspan="2">四. 解決初始問題。
答:在殘缺玻璃鏡的邊緣上任取不共線三點作圓， 即為需要複製的圓形玻璃鏡圖.</td><td>培養探究分析、應用能力</td></tr>
<tr><td colspan="3">(二) 課上任務設計</td></tr>
<tr><td>課堂設計</td><td>師生活動</td><td>教學意圖</td></tr>
<tr><td>一、複習:【通過老師的提問，讓學生回答問題】
1. 怎樣作線段的垂直平分線?
用尺規作已知線段的垂直平分線，作法是分別以線段的兩端分別為圓心，以大於二分之一線段的長度為半徑畫兩條弧，連結兩弧的交點，得到的直線就是原線段的垂直平分線。
2. 三角形兩邊垂直平分線的交點到三角形三個頂點的距離是否相等? 相等
3. 圓心位置和半徑的大小確定一個圓。決定圓的大小的是圓的 直徑 決定圓的位置是 圓心 。
【點評:檢查和進一步明確如何確定一個圓】</td><td>師生堂上演練
師:提問

生: 思考</td><td>溫故而知新</td></tr>
<tr><td>二、回顧知識:
1 .那麼一個圓需要用幾個點來確定呢?這個問題大家也看了影片 ，今天這節課就來進一步探究有關問題。
不在同一直線上的三個點
2. 過不在一直線上三點 A、B、C 作圓:
(1).圓心在哪裡?
線段 AB、BC、CA 垂直平分線的交點
(2)圓心到 A、B、C 三點的距離怎樣？相等
(3)一共可作幾個圓? 一個


【回饋的情況:雖然有大多數同學已掌握如何作</td><td>生:回答問題

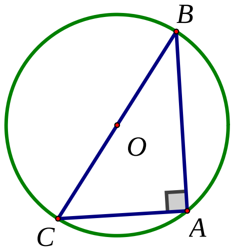
學生反饋課前練習，老師點評.</td><td>檢查學生課觀看影片所獲得的知識情況</td></tr>
</table>

圓，仍有一小部的同學不知道要怎樣確定圓心。】		
三、鞏固練習 1. 選擇題: 【分組討論，小組匯報結果，老師講評】 (1).下列條件中不能確定一個圓的是（D ） A、圓心和半徑　　B、直徑 C、三角形的三個頂　D、平面上的三個已知點 (2).三角形的外心具有的性質是（ B ） A、到三邊的距離相等　B、到三個頂點的距離相等 C、外心在三角形外　D、 外心在三角形內 (3).下列關於外心的說法正確的是（ D ） A、外心是三個角的平分線的交點 B、外心是三條高的交點 C、外心是三條中線的交點 D、外心是三邊的垂直平分線的交點 (4).同時經過三個點可以作出的圓的個數（ D ） A、只有 1 個　B、只有 2 個 C、有無數個　D、可能沒有 (5).A，B，C 為平面上的三點，AB＝2，BC＝3，AC＝5，則(D) A、可以畫一個圓，使 A，B，C 都在圓周上 B、可以畫一個圓，使 A，B 在圓周上，C 在圓內 C、可以畫一個圓，使 A，C 在圓周上，B 在圓外 D、可以畫一個圓，使 A，C 在圓周上，B 在圓內 (6)．圓的內接三角形的個數為（D ） A、1 個　B、2 個　C、3 個　D、無數個	學生合作學習，互相交流，更好的理解有關概念，弄明如何做圖.	更牢固地掌握本節知識點.培養學生全面考慮問題的意識 培養學習的自信心.

(7)・三角形的外接圓的個數為（A ） A、1 個　B、2 個　C、3 個　　D、無數個 (8). 下列說法正確的是（D） A、過一點可以確定一個圓 B、過兩點可以確定一個圓 C、過三點可以確定一個圓 D、三角形一定有外接圓 【點評:進一步鞏固和加強如何作圓和圓有關概念和性質。第五題大部分的學生選錯，學生沒有先求出 A、B、C 三點的位置關系，思路就會卡住。這道題只要求出 A、B、C 三點的位置關系，就可以解決。第六、七兩道題非常相似，做錯的學生很容易產生混淆】		
四、探究運用:【分組討論，組內交流，最後抽出二組上臺各完成以下一小題】 1.小明家的房前有一塊矩形的空地，空地上有三棵樹 A，B，C，小明想建一個圓形花壇，使三棵樹都在花壇的邊上。 (1)請你幫小明把花壇的位置畫出來(尺規作圖，不寫作法，保留作圖痕跡)。 	學生自主分析，寫出解題過程，交流指導	向學生滲透數形結合的重要的數學思想

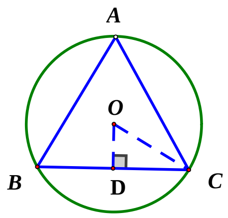
<table>
<tr>
<td>(2)若在△ABC 中，AB=8 米，AC=6 米，
∠BAC=90°，試求小明家圓形花壇的面積.

解:根據勾股定理
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$
$= \sqrt{8^2 + 6^2}$
$=10$
從圖中可看出BC是圓的直徑
圓的面積$=\pi r^2 = 25\pi m^2$

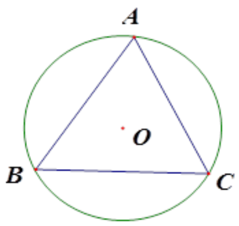


【點評:進一步訓練過不在一直線上三點作圓的方法在實際生活中的運用，以及要明白圓周角所對的弦是直徑和有關計算】</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>五. 小試牛刀:
【分組討論，各小組輪流以投影形式，匯報結果，師點評】
1. 邊長為 2 的等邊三角形 ABC 內接於圓 O，則圓心 O 到三角形 ABC 一邊的距離為多少?

解: 作$OD \perp BC$,連結OC
在$Rt\triangle OCD$中,
$DC = \frac{1}{2}BC = 1,\ \angle DOC = 30^\circ$
$\therefore OD = DC \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$



【點評:此題的關鍵是要理解三角形的外心和會作輔助線構成一個直角三角形進行有關的計算】</td>
<td>由學生分析，理清思路，最後交流，師點評、概括、歸納方法.</td>
<td>把握各類題型的解題方法，作輔助線方法.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">2. 如果三角形三條邊長分別為 5，12，13，那麼這個三角形外接圓半徑的長為多少?
解 $\because$ $5^2+12^2=13^2$
$\therefore$ 這個三角形是直角三角形
$\because$ 直角三角形的斜邊是這個三角形的外接圓的直徑
$\therefore$ 這個三角形的外接圓的半徑是7.5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>小結</td><td colspan="3">1. 過不在一直線上的三點確定一個圓.
2. 如圖：⊙O 稱為△ABC 的外接圓，△ABC 稱為⊙O 的內接三角形，O 為三角形 ABC 的外心。

</td></tr>
</table>

二、第二課時教案

教學內容	**垂直於弦的直徑(一)**
教學目標	(一). 知識技能目標 1. 通過觀察實驗，使學生發現圓的軸對稱性 2. 理解垂徑定理的推證過程；能初步應用垂徑定理進行計算和證明； (二). 能力目標 進一步培養學生觀察問題、分析問題和解決問題的能力 (三) 情感態度價值觀 激發學生觀察、探究、發現數學問題的興趣和欲望.
教學重點	垂徑定理及運用.
教學難點	垂徑定理的證明.
學情分析	本節內容是在學生已獲得了軸對稱的知識的再續，學生通過對折圓發現圓的軸對稱性，由軸對稱性得到垂直於弦的直徑的性質，

<table>
<tr><td></td><td>同時本節內容又與勾股定理緊密結合，並且為後面的學習做好了鋪墊。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>(一) 課前影片設計</th><th>教學意圖</th></tr>
<tr><td>影片檔案名稱: 第二課時　垂徑定理課前影片</td><td>學生在課前觀看影片</td></tr>
<tr><td>

一. 引入:

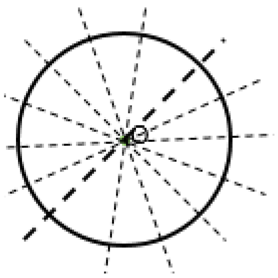
複習軸對稱圖形， 演示用折疊的方法說明軸對稱圖形。

演示等腰三角形、正方形的對稱性作為複習舊知， 演示圓的對稱性，引入新知， 從演示過程中，觀察得出圓的對稱性。

二. 探究新知:

探究(一): 從演示總結出圓的對稱性

沿著圓的任意一條直徑所在直線對折，重複做幾次，發現直徑兩旁部分能夠完全重合。



發現:

(1). 圓是軸對稱圖形，它的對稱軸是_____;

(2). 圓也是中心對稱圖形，它的對稱中心是___;

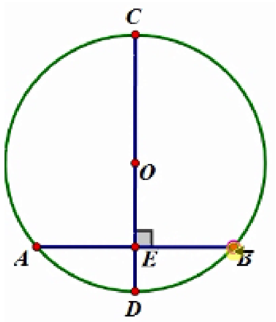
【學生觀察圖形，結合圓的對稱性和相關知識進行思考，得出垂徑定理，並從不同角度加以解釋】

探究(二)

用數學軟件演示實驗說明垂徑定理的內容

在 ⊙O 中 CD 是直徑，AB 是弦，AB⊥CD，垂足為 E，

圖中有哪些等量關係?



得出: AE=EB， $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$ ， $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$

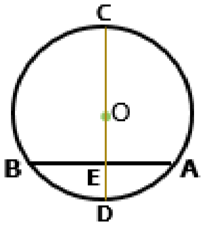
</td><td>用摺紙演示圖形的對稱性，直觀地複習舊知識。</td></tr>
</table>

小結:

①CD是直徑
②CD⊥AB

$\xrightarrow{\text{可推得}}$

③BE=EA,
④ $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CA}$
⑤ $\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{AD}$



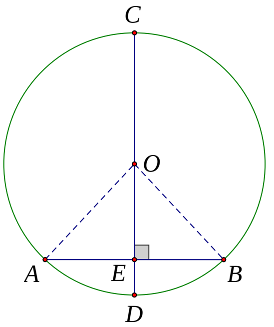
垂徑定理: 垂直於弦的直徑平分這條弦，并且平分弦所對的兩條弧。

探究三: 進行嚴格的幾何證明

已知：在⊙O 中，CD 是直徑，AB 是弦，CD⊥AB，垂足為 E．

求證：AE=EB， $AC = BC$ ， $AD = BD$.

證明：連結 OA、OB，則 OA=OB．



在$Rt\Delta OAE$和$Rt\Delta OBE$中,

$\because OA = OB \quad OE = OE$

$\therefore Rt\Delta OAE \cong Rt\Delta OBE.$

$\therefore AE = BE$

即點A 和點B 關於CD對稱.

$\because$⊙ O關於直徑CD對稱,

$\therefore$當圓沿着直徑CD對折時,點A與點B重合,

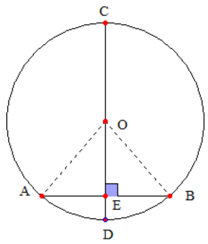
AC和BC重合 BD和AD重合

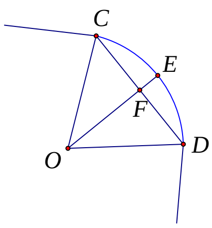
$\therefore \ BC = CA \qquad BD = AD$

通過該問題引起學生思考，理解垂徑定理由圓的對稱性得到

(二) 在觀看影片後，學生在網上即時做練習

在觀看影片後，學生在網上即時做以下練習	**師生活動**	**教學意圖**
選擇題: (1) 下列命題中錯誤的命題有（ B ） ①. 弦的垂直平分線經過圓心； ②. 平分弦的直徑垂直於弦； ③. 經過弦的中點的直徑一定垂直於弦； ④. 圓的對稱軸是直徑． A．1 個　B．2 個　C．3 個　D．4 個	學生思考、分析，老師預留在課堂上根據學生的完成情況進行點評	學生鞏固本節所學內容.

(2) ⊙O 中弦 AB 垂直於直徑 CD 於點 E，則下列結論：①AE=BE；② $AC=BC$ ③ $AD=BD$ ④EO=ED. 其中正確的有(A) A. ①②③④ B. ①②③ C. ②③④ D. ①④ (3) 已知⊙O 的半徑為 4，則垂直平分這條半徑的弦長是( ) A. $2\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$	學生分析思考， 回答問題.	
(三) 課上任務設計		
課堂設計	**師生活動**	**教學意圖**
一、講評:【對課前練習進行講評】 課前練習的回饋結果是:(1)、(2)兩小題正確率較高，對垂徑定理的理解比較到位.但第(3)小題做錯的同學較多，課堂發現同學主要是對“垂直平分這條半徑的弦”未能理解.	啟發引導學生大膽發表自己的見解。	
二、複習 1. 從影片中知道有什麼方法可說明圖中的線段相等，弧相等呢？ 對折、測量、證明  【點評:進一步加強理解垂徑定理 】 2. 填空 (1). 圓是軸對稱圖形，它的對稱軸是直徑；圓又是中心對稱圖形，它的對稱中心是_圓心_. (2). 垂直於弦的直徑的性質定理是: 垂直於弦的直徑平分這條弦，並且平分這條弦所對的兩條弧. (3)・圓的半徑為 5cm，圓心到弦 AB 的距離為 4cm，	學生獨立思考後回答，老師適時點撥，得出正確的結論.	以進一步檢查課前學生掌握情況

則 AB= 6 cm． 【回饋情況是:填空題第 1、2 題大多同學都能給出正確答案，由於第 3 題沒有給圖，學生很難根據題意畫出圖形出來，導致學生在解題方面有些困難】		
三、探究運用 【分組討論，小組交流，最後抽出二組上台匯報結果，寫出解答過程。】 1. 如圖，一條公路的轉彎處是一段圓弧，點 O 是圓心，其中 CD=600m，E 為圓 O 上一點，OE⊥CD，垂足為 F，EF=90m.求:這段彎路的半徑 解: 根據垂徑定理得:F是CD的中點,E是CD的中點 由題意得 $CF = EFD = 300m$ 設彎路的半徑為xm $OC^2 = OF^2 + FC^2$ $x^2 = (x-90)^2 + 300^2$ $180x = 98100$ $x = 545$ $\therefore$ 彎路的半徑為$545m$  【點評:此題的關鍵是連結 OC、OD 作輔助線及在直角三角形中利用畢氏定理來求算.回饋的情況是:部分同學不會作輔助線及計算過程表達不夠完整】 2. 儲油罐的截面如圖所示，裝入一些油後，若油面寬 AB=600mm，求油的最大深度．	教師組織學生進行練習，教師巡迴檢查，集體交流評價，教師指導學生寫出解答過程，體會方法，總結規律	把握各類題型的解題方法，作輔助線方法. 讓學生通過練習進一步理解，培養學生的應用意識和能力.

解:作 $OC \perp AB$, 垂足為C

根據垂徑定理得

$CB = AC = 300m$

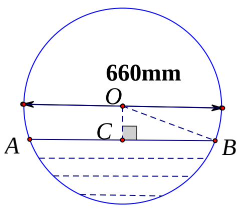
設OC的長度為xm

$OB^2 = OC^2 + BC^2$

$330^2 = x^2 + 300^2$

$x \approx 137.5$

油的最大深度:$330 - 137.5 = 192.5m$



【點評:此題的關鍵是作輔助線及在直角三角形中利用畢氏定理來求算.有了上一題的鋪墊，此題同學們解答起來就順手很多，大多同學能正確地解答出來】

3.已知：如圖，在以 O 為圓心的兩個同心圓中，大圓的弦 AB 交小圓於 C、D 兩點。求證: AC=BD

證:作$OE \perp AB$, 垂足為E

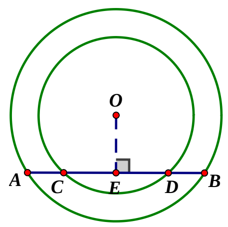
根據垂徑定理得

E是AB的中點,E是CD的中點,

$AE = EB, CE = ED$

$AE - CE = EB - ED$(等減)

$\therefore AC = BD$



【點評:此題的關鍵是作垂直於 AB 的輔助線及利用垂徑定理來證明.但從回饋的情況看:同學們未能熟練掌握該題型的解題方法，作輔助線方法.應強調: 圓中常作輔助線的方法:半徑、過圓心的弦的垂線段】

小結	1.垂徑定理的應用 2.垂徑定理和畢氏定理相結合，將圓的問題轉化為直角三角形問題. 3.圓中常作輔助線：半徑、過圓心的弦的垂線段.

三、第三課時教案

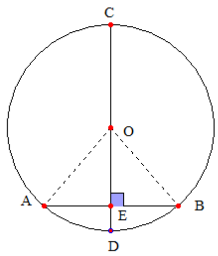
教學內容	**垂直於弦的直徑(二)**

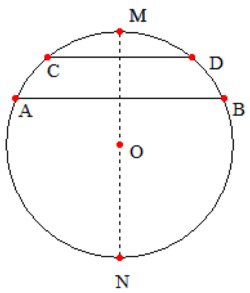
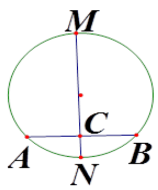
<table>
<tr><td>教學目標</td><td colspan="3">(一). 知識技能目標
使學生掌握垂徑定理的推論及其簡單的應用
(二). 能力目標
通過對推論的探討，逐步培養學生觀察、比較、分析、發現問題，概括問題的能力·促進學生創造思維水準的發展和提高
(三) 情感態度價值觀
培養學生嚴謹的邏輯推理能力；提高學生方 程思想、分類討論思想的應用意識</td></tr>
<tr><td>教學重點</td><td colspan="3">垂徑定理的兩個推論及其推論在解題中的應用.</td></tr>
<tr><td>教學難點</td><td colspan="3">如何進行輔助線的添加</td></tr>
<tr><td>學情分析</td><td colspan="3">本節內容是在學生已獲得了垂徑定理的知識的再續，通過剖析垂徑定理及重新組合，發現新問題，探究新問題，歸納新結論：垂徑定理的推論.但對於推論 1，由於字數較多，估計學生在理解上會有難度.</td></tr>
<tr><td colspan="2">(一)課堂設計</td><td>師生活動</td><td>教學意圖</td></tr>
<tr><td colspan="2">一、複習及剖析定理:
1.複習垂徑定理：垂直于弦的直徑平分弦，並且平分弦所對的兩條弧·
2.剖析垂徑定理
題設　　　　　結論
$$\left.\begin{array}{l}\text{①一條直線過圓心}\\ \text{② 垂直於弦}\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\text{③平分弦}\\ \text{④平分弦所對的優弧}\\ \text{⑤平分弦所對的劣弧}\end{array}\right.$$
指出: 垂徑定理是兩個條件和三個結論即由①②得出③ ④ ⑤. 提出問題引入新知: 能不能從五個條中已知任何兩條推出其他三條?

二、 探究新問題:【教師提出問題讓學生分析討論】
已知 CD 是直徑，且平分弦 AB 於 E 點，能否得到 CD⊥AB，且平分弧 ACB 及弧 AB?</td><td>師生分析理解，明確定理的題設和結論.

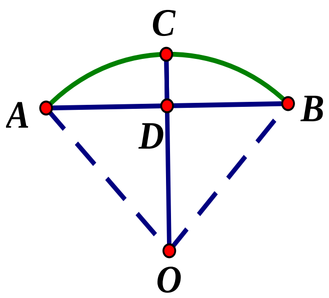
師生共同探究
老師適時點撥</td><td>更透徹的理解垂徑定理.

培養學生觀察能力，發現問題的能力.</td></tr>
</table>

 【學生討論得出結論】 若 E 為 AB 中點， 由等腰三角形 OAB 得出 OE 為 AB 的中垂線， 即 CD⊥AB 又∵CD 是直徑 ∴ $AC = BC$ 、 $AD = BD$ 。 三. 歸納新結論: 1. 垂徑定理的推論 1: (1)平分弦（不是直徑）的直徑垂直於弦， 並且平分弦所對的兩條弧· 思考：這條推論是由哪幾個已知條件得到哪幾條結論？ 題設: ①一條直線過圓心 ③平分弦 結論: ② 垂直於弦 ④平分弦所對的優弧 ⑤平分弦所對的劣弧 2. 垂徑定理的進一步推廣: (1)思考：類似推論的結論還有嗎？ 若有，有幾個？(分別用語言敘述出來.) (2)歸納：只要已知一條直線滿足“垂直於弦、過圓心、平分弦、平分弦所對的優弧，平分弦所對的劣弧”中的兩個條件，就可以得到另外三個結論 小結推論一: (1) 平分弦(不是直徑)的直徑垂直於弦， 並且平分弦所對的兩條弧。	教師引導學生用類比方法，進行探究，得到推論. 學生獨立思考後回答， 老師適時點撥，得出正確的結論.	提高分析問題的能力和解決問題的能力. 培養學生分類討論的意識，

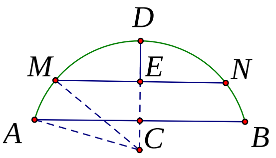
(2) 弦的垂直平分線經過圓心， 並且平分弦所對的兩條弧。 (3) 平分弦所對的一條弧的直徑， 垂直平分弦並平分弦所對的另一條弧。 3.垂徑定理的推論 2:圓的兩條平行線所夾的弧相等. 【教師分析，學生自行證明】 已知: ⊙O 中弦 AB//CD 求證: $AC = BD$  分析: ∵AB//CD ∴垂直平分 CD 的直徑也一定垂直平分 AB 證明: 作直徑 MN⊥AB; ∵AB//CD， ∴MN⊥CD 則 $AM = BM, CM = DM$ (垂直平分弦的直徑平分弦所對的弧) $\therefore AM - CM = BM - DM$ 即 $AC = BD$	學生分析、歸納老師總結	培養學生分析、歸納能力 訓練學生加深對本節有關定理的理解和運用
四. 即時練習【由學生思考後，回答】 如圖填空:在⊙O 中， (1) 若 MN⊥AB，MN 為直徑，則 $AC = BC$， $AM = BM$， $AN = BN$；  (2) 若 AC＝BC，MN 為直徑，則 $MN \perp AB$， $AM = BM$， $AN = BN$； (3) 若 MN⊥AB，AC＝BC，則 $AM = BM$， $AN = BN$， MN為直徑 (4) 若 $AN = BN$，MN 為直徑，則 $AC = BC$， $AM = BM$， $MN \perp AB$. 【反饋情況是:大多同學都能正確回答，體現同學們對垂徑定理和推論有了較全面的理解】	學生思考，回答	更透徹地理解定理和推論，培養學生全面考慮問題的意識

<table>
<tr>
<td>
五. 應用例題:
【老師講解，分組討論，小組交流，最後抽出一組上台報結果，畫圖並寫出解答過程.】
例 1: 趙州橋的主橋拱是圓弧形，它的跨度（弧所對的弦長）為 37.4m，拱高（弧的中點到弦的距離）為 7.2m， 你能求出主橋拱的半徑嗎？

分析：
(1)根據橋的實物圖畫出的幾何圖形應是怎樣的？
(2)結合所畫圖形思考：圓的半徑 r、弦心距 d、弦長 a，弓形高 h 有怎樣的數量關係？
(3)在圓中解決有關弦的問題時，常常需要作垂直於弦的直徑，作為輔助線，這樣就可以把垂徑定理和勾股定理結合起來。


解:連結OA,根據題意得:AB=37.3m, $CD=7.2m$
設主橋拱的半徑為xm
$OA^2 = OD^2 + AD^2$
$x^2 = (x-7.2)^2 + 18.7^2$
$14.4x = 401.53$
$x \approx 27.9$
$\therefore$ 主橋拱的半徑為27.9m

【點評:這道題雖然分析給學生，讓學生知道解的思
</td>
<td>學生審題，嘗試自己畫圖，理清題中的數量關系，並思考解決方法，由本節課知識想到作輔助線辦法.</td>
<td>把握一般題型解題方法及作輔助線的一些方法.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td>路，但是學生很難將文字轉化成圖形，這一點成為這題的難點，學生畫完圖之後，就容易解決問題】</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>例 2.有一石拱橋的橋拱是圓弧形，如圖所示，正常水位下水面寬 AB=60m，水面到拱頂距 CD=18m，當洪水氾濫時，水面寬 MN=32m 時是否需要採取緊急措施？請說明理由．
（當水面距拱頂 3 米以內時需要採取緊急措施）
解:設石拱橋的半徑為xm
$AO^2 = AC^2 + OC^2$
$x^2 = 30^2 + (x-18)^2$
$36x = 1224$
$x = 34$


$OM = OA = 34, ME = 16$
$OM^2 = ME^2 + OE^2$
$OE^2 = OM^2 - ME^2$
$= 34^2 - 16^2$
$= 900$
$OEm = 30m$
$DE = OD - OE = 34 - 30 = 4m$
不需要採取緊急措施,水面距拱頂超過3米
【點評:解此題的關鍵是作垂直於弦 AB、MN 的垂線段和連接 OA、OM 半徑，這樣就可以把垂徑定理和勾股定理結合起來解此題.完成此題，進一步訓練一般題型解題方法及作輔助線的一些方法】</td><td>教師組織學生進行練習，教師巡迴檢查，集體交流評價，教師指導學生寫出解答過程，體會方法，總結規律</td><td>讓學生學會探究問題的方法.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>小結</td><td>1.垂徑定理和推論及它們的應用.
2.垂徑定理和畢氏定理相結合，將圓的問題轉化為直角三角形問題.
3.圓中常作輔助線：半徑、過圓心的弦的垂線段.</td></tr>
<tr><td>作業</td><td>1.判斷下列說法的正誤:
(1) 平分弧的直徑必平分弧所對的弦 (T)</td></tr>
</table>

(2) 平分弦的直線必垂直弦 (F)

(3) 垂直於弦的直徑平分這條弦 (T)

(4) 弦的垂直平分線是圓的直徑 (T)

(5) 平分弦所對的一條弧的直徑必垂直這弦 (T)

2. 選擇:

(1)下列命題中，不正確的命題是（C）

A. 平分一條弧的直徑，垂直平分這條弧所對的弦

B. 平分弦的直徑垂直於弦，並平分弦所對的弧

C. 在⊙O 中，AB、CD 是弦，若 AC=BD，則 AB//CD

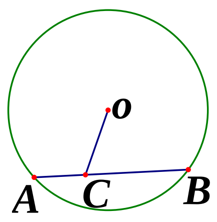
D. 圓是軸對稱圖形，對稱軸是圓的每一條直徑

(2) 如圖所示，AB 是⊙0 的直徑，AC 為弦，OD⊥AC 於點 D，且 OD=1cm，則 BC 的長為(B)

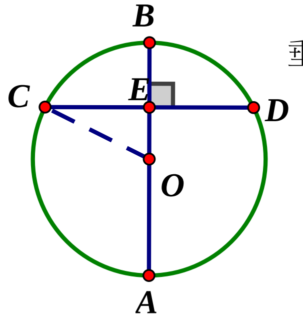
A.3　　B. 2　　C. 1　　D. 4

(3) 如圖，⊙O 的弦 AB=6，C 是 AB 上任意一點，且 OC 最小值為 4，則 ⊙ O 的半徑為 (B)

A. 2　　B. 5　　C. 3　　D. 4



(4) 如圖：AB 是⊙O 的直徑，弦 CD⊥AB，垂足為 E，如果 AB=10cm，CD=8cm，那麼 AE 的長 ___cm.



解:連結$OC, OC=5$

根據垂徑定理得

$CE=ED=4$

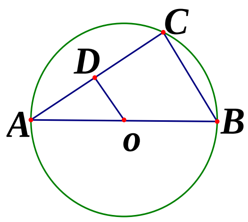
設OE的長度為$x cm$

$OC^2=OE^2+CE^2$

$5^2=x^2+4^2$

$x=4$

$AE=AO+OE=9cm$



3.拓展延伸

如圖，⊙O 的弦 AB=6，C 是 AB 上任意一點，且 OC 最小值為 4，則⊙O 的半徑為?

解:由題意OC最小值為4

得$OC \perp AB$，垂足為C

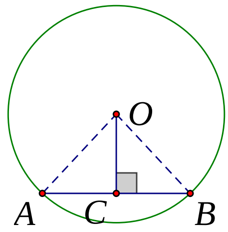
$BC=\frac{1}{2}AB=3$

在$Rt\triangle OBC$中

$OB^2=BC^2+OC^2$

$OB=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\therefore \odot O$的半徑為5

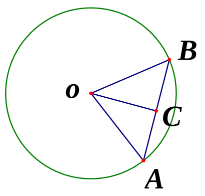


【點評:解此題的關鍵是作垂直於弦 AB 的直徑和連接 OA 半徑，這樣就可以把垂徑定理和勾股定理結合起來解此題.

回饋的情況是:輔助線同學們大多會作，但如何把垂徑定理和勾股定理結合起來求 OP，出現了不少的問題.通過練習，培養學生的應用能力】

四、第四課時教案

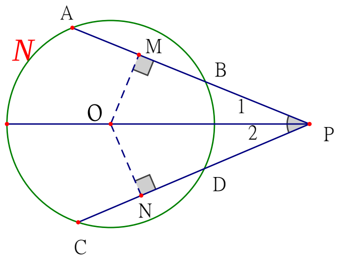
教學內容	**圓心角、弧、弦、弦心距之間的關係 (一)**
教學目標	(一). 知識技能目標 理解圓的旋轉不變性， 掌握圓心角、弧、弦、弦心距之間關係定理推論及運用；

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">(二). 能力目標
培養學生觀察、發現新問題，探究和解決問題的能力；
(三) 情感態度價值觀
滲透圓的內在美（圓心角、弧、弦、弦心距之間關係），激發學生的求知欲·</td></tr>
<tr><td>教學重點</td><td colspan="2">圓心角、弧、弦、弦心距之間的相等關係是重點；</td></tr>
<tr><td>教學難點</td><td colspan="2">從圓的旋轉不變性出發，推出圓心角、弧、弦、弦心距之間的相等關係是難點.</td></tr>
<tr><td>學情分析</td><td colspan="2">本節課是通過動畫圖疊合、觀察思考等操作活動，讓學生經歷知識的發生、發展及其探求過程，讓學生感受圓的旋轉不性；並得出圓心角、弧、弦、弦心距四者之間的關係；學生數學基礎知識不太紮實，往往忽略“在同圓或等圓中”這個前提條件，若沒有這一條件雖然圓心角相等，但所對的弧、弦、弦心距不一定相等。無法深刻理解圓心角、弧、弦、弦心距這四個概念與“所對”一詞的含義.</td></tr>
<tr><td colspan="2">(一) 課前影片設計
視頻檔案名稱: 第四課時課前影片圓心角弧弦弦心距之間的關係1</td><td>教學意圖</td></tr>
<tr><td colspan="2">一、講授概念
引出圓心角和弦心距的概念：

(1)圓心角定義：頂點在圓心的角叫圓心角.
(2)弦心距定義：從圓心到弦的距離叫做弦心距.
二、探索新知
思考：在同圓或等圓中，如果圓心角相等，思考他們所對的弧，所對的弦，所對弦的弦心距是否相等？

觀察演示實驗:
在同圓或等圓中，圓心角變化時，圓心角 所對應的弧、弦、弦心距之間的關係. 得出結論:
定理：在同圓等圓中，相等的圓心角所對的弧相等，所對的弦相</td><td>觀察同圓中， 圓心角、弧、弦、弦心距之間的相等關係.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">等，所對弦的弦心距也相等．

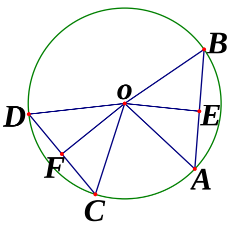
分析定理的條件和結論分別是什麼?
條件:　在同圓或等圓中 ，　若圓心角相等
結論:　圓心角所對弧相等；
　　　　圓心角所對弦相等；
　　　　圓心角所對弦的弦心距相等.

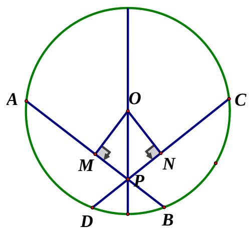
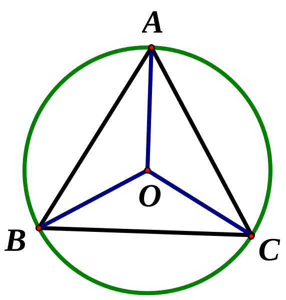
三、應用、鞏固:
例 1.已知：如圖，在⊙O 中，弦 AB、CD 的延長線交於 P 點，PO 平分∠APC
求證：AB＝CD


證: 作$OM \perp AB$, $ON \perp CD$, 垂足為M、N
$\because PO$平分$\angle APC$
$\therefore \angle 1 = \angle 2$
又$\because OM \perp AB$, $ON \perp CD$
$OP = OP$
$\therefore \triangle POM \cong \triangle PON (AAS)$
$\therefore OM = ON$
$AB = CD$

【師講解證明過程，強調格式和推理過程】</td><td>加深理解定理

鞏固本節所學內容.</td></tr>
<tr><td colspan="2">(二) 課上任務設計</td><td></td></tr>
<tr><td>課堂設計</td><td>師生活動</td><td>教學意圖</td></tr>
</table>

一、複習 根據課前影片內容填充 【師提問，生回答】 1. 已知：如圖，AB、CD 是⊙O 的兩條弦，OE、OF 為 AB、CD 的弦心距，  (1)如果 AB＝CD，那麼_ $OE=OF$ ， $AB=CD$ ， $\angle AOB=\angle COD$ ； (2)如果 OE＝OF，那麼 $AB=CD$ ， $AB=CD$ ， $\angle AOB=\angle COD$ ； (3)如果 $AB=CD$ ，那麼 $AB=CD$ ， $OE=OF$ $\angle AOB=\angle COD$ ； (4)如果∠AOB＝∠COD，那麼 $OE=OF$ ， $AB=CD$ ， $AB=CD$ 【點評:檢測和鞏固課前應掌握的知識點.回饋的情況是:大多同學能夠正確回答，體現同學們能夠理解本節課有關的定理及推論】 2.判斷題: 【學生分組討論， 小組分享結果，師講評】 (1) 等弧的度數相等（ T ）； (2) 圓心角相等所對應的弧相等（ F ）； (3) 在同圓或等圓中，圓的弦心距相等(F) (4)兩條弧的長度相等，則這兩條弧所對應的圓心角相等（ F ） (5)弦的弦心距相等，則弦相等(F) 【點評: 加深理解有關的定理和推論。同時通過這幾道的檢測，進一步得知同學們對本節基礎知識的掌握程度】	師生堂上演練 師:提問 生: 思考 生:回答問題 學生小組討論，小組分享結果。	溫故而知新
二、能力提升:		

【學生分組討論，寫出證明過程分組討論，各小組輪流以投影形式，匯報結果，師點評】 我們在影片中，觀看了例 1 的解法，我們把第一題變形為: 1.已知：如圖，⊙O 的弦 AB，CD 相交於點 P，$\angle APO = \angle CPO$，求證：AB＝CD. 證: 作$OM \perp AB$, $ON \perp CD$, 垂足為M、N $\because \angle APO = \angle CPO$ $OP = OP$ $\angle PMO = \angle PNO$ $\therefore \triangle POM \cong \triangle PON (AAS)$ $\therefore OM = ON$ $AB = CD$  【點評: 解本題的關鍵是作弦 AB、CD 的垂線段。回饋的情況是:因為此題是課前的一例題的變式，所以大多同學輔助線能夠作，證明也沒多大問題】	由學生自己分析證明思路，引導學生思考出不同的方法，最後交流、概括、歸納方法．	是培養學生發散思維能力
2. 如圖，⊙O 是△ABC 的外接圓，$\angle AOB = \angle AOC = 120^{\circ}$， (1)求證：△ABC 是等邊三角形。 (2)如果 BC 的弦心距為 3 釐米，求 AB、AC 的弦心距。 	教師要關注和指導學生推理和解題步驟的嚴密性。	

證: (1)$\because \triangle AOC$中$\angle AOC = 120^{\circ}, OA = OC$ $\therefore \angle OAC = \angle OCA = 30^{\circ}$ 同理得$\angle OAC = \angle OCA = 30^{\circ}$, $\angle OAB = \angle OBA = 30^{\circ}$ 即 $\angle ACB = \angle CAB = \angle CBA = 60^{\circ}$ $\therefore \triangle ABC$是等邊三角形 (2)$\because \triangle ABC$是等邊三角形 $\therefore AB = AC = BC = 3cm$ 【點評:證(1)小題的關鍵是利用同園中， 相等的圓心角所對的弦來證明;解(2)小題的關鍵是利用同園中， 相等的弦所對的弦心距相等這一推論來計算.回饋的情況是:大多數的同學能正確地表達】		
小結	在同圓或等圓中，如果兩個圓心角、兩條弧、兩條弦或兩條弦的弦心距中有一組量相等，那麼它們所對應的其餘各組量都分別相等。	

五、第五課時教案

教學內容	**圓心角、弧、弦、弦心距之間的關係（二)**
教學目標	(一). 知識技能目標 理解圓的旋轉不變性， 掌握圓心角、弧、弦、弦心距之間關係定理推論及運用； 懂得 1° 弧的概念，能熟練地運用本節知識進行有關計算； (二). 能力目標 進一步培養學生運用能力和計算能力，滲透數形結合能力； (三) 情感態度價值觀 滲透圓的內在美（圓心角、弧、弦、弦心距之間關係），激發學生的求知欲．
教學重點	圓心角、弧、弦、弦心距之間的相等關係的運用

教學難點	懂得 1° 弧的概念
學情分析	本節課所說的是圓心角的度數和它所對的弧的度數相等。學生往往會認為是角與弧相等，應強調是指角的度數與弧的度數相等。在書寫時要防止出現“$\angle AOC = AB$”之類的錯誤。弄清角與弧是兩個不能比較變數的概念。部分學生還可能誤認為大弧所對的弦也較大，只有當弧是劣弧時，這一命題才能成立。

(一) 課前影片設計 **視頻檔案名稱: 第五課時圓心角弦弦心距課前影片**	**教學意圖**

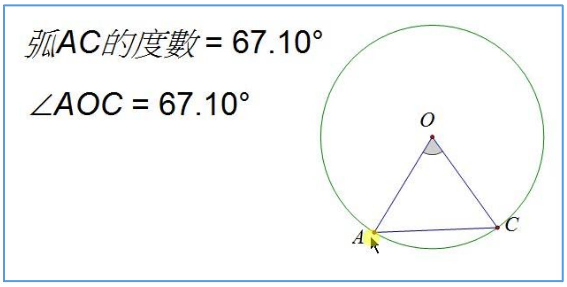
一. 複習:

在同圓或等圓中，相等的圓心角所對的弧相等，所對的弦相等，所對弦的弦心距也相等。

二. 探索問題 1

1. 思考：那麼圓心角的度數和它所對的弧的度數是否相等？
2. 動畫觀察:

   當圓心角的度數發生變化時， 所對弧的度數也發生變化， 但度數保持相等。
3. 指出:角與弧是不同的概念，不能寫成 $\angle AOC = AC$.



動感直觀能充分調動學生的興趣

三. 探索問題 2

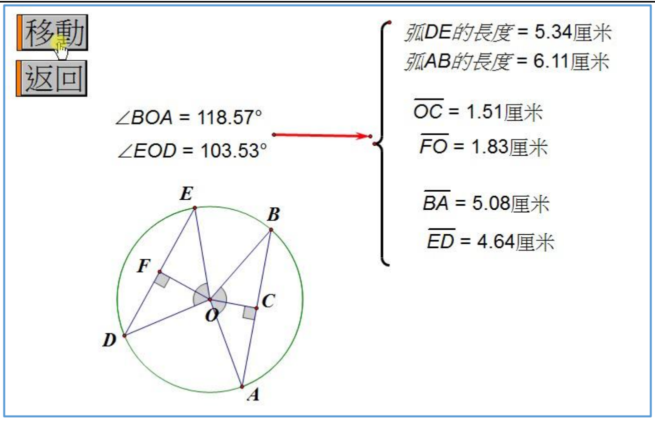
1. 思考：同圓或等圓中，圓心角不等時，所對的弧、弦、弦心距的情況怎樣呢?
2. 動畫觀察:

(1) 同圓或等圓中，圓心角不等， 所對的弧、弦、弦心距不等.

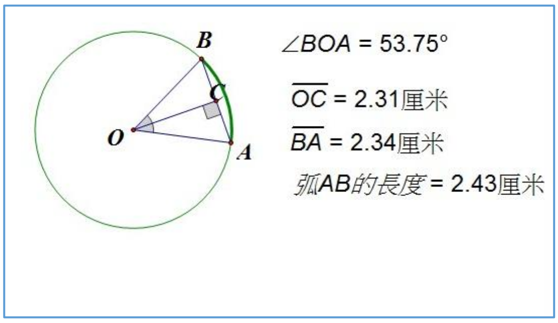
(2) 圓心角大的所對的弧大， 所對的弦亦大， 所對的弦心距反而小.可列表如下:

圓心角	弧	弦	弦心距
大	大	大	小

讓學生學會探究問題的方法



3.觀察:當圓心角發生變化時，所對的弧、弦心距、弦之間有什麼變化?



小結:

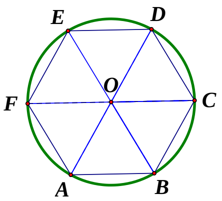
- 定理:圓心角的度數和它所對的弧的度數是相等。
- 同圓或等圓中，圓心角不等時，所對的弧、弦、弦心 距都不相等 。
- 圓心角大的所對的弧大，所對的弦亦大，所對的弦心距反而小。

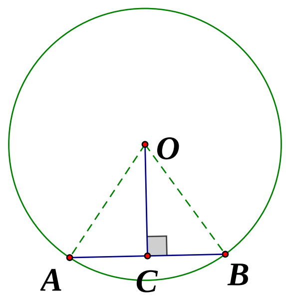
(二) 在觀看影片後，學生在網上即時做練習

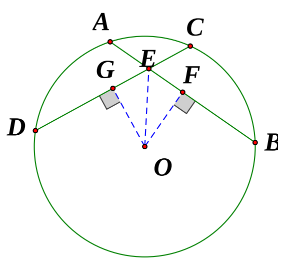
是非題：
(1)等弧的度數相等（　）；對
(2)圓心角相等所對應的弧相等（　）；錯
(3)兩條弧的長度相等，則這兩條弧所對應的圓心角相等（　）; 錯

(三) 課上任務設計

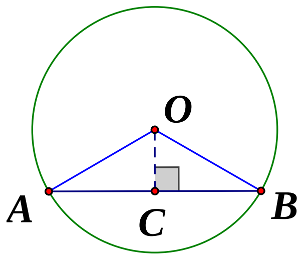
課堂設計	**師生活動**	**教學意圖**
一、回顧影片的主要知識 1. 定理:圓心角的度數和它所對的弧的度數是相等。 2. 同圓或等圓中，圓心角不等時，所對的弧、弦、弦心 距都不相等 。	提問學生	複習舊知識

3. 圓心角大的所對的弧大，所對的弦亦大，所對的弦心距反而小。		
二、能力提升 【分組討論，抽三組在台上各板演一題，老師講評】 1. 六邊形 ABCDEF 的各頂點在同一個圓上，且各邊都相等，求:這個六邊形 ABCDEF 各邊所對的圓心角的度數. 解:連結OA、OB、OC、OD、OE、OF 由題意得 $AB=BC=CD$ $=DE=EF=FA$ 即$\angle AOB=\angle BOC=\angle COD$ $=\angle DOE=\angle EOF=\angle FOA$  $\therefore \angle AOB=\frac{1}{6}\times 360^{\circ}=60^{\circ}$ 這個六邊形$ABCDEF$各邊所對的圓心角為60° 【點評: 此題的關鍵是圓心角的度數和它們對的弧的度數相等這一原理來完成的.回饋的結果是:這道題難點要畫輔助線，很多學生都可以畫出來，再根據課前影片的內容來解決】 2.圓的一條弦把圓分為度數的比為 1:5 的兩條弧，如果圓的半徑為 R，求: 弦心距和絃.	學生自主分析，寫出解題過程，交流指導 學生小組討論， 小組分享結果. 由學生自己分析證明思路，引導學生思考出不同的方法，最後交流、概括、歸納方法。	是培養學生發散思維能力. 把握各類題型的解題方法，作輔助線方法.

<table>
<tr>
<td>
解:連結OA、OB，根據題意得
$\angle AOB=\frac{1}{6}\times360^\circ=60^\circ$
作$OC\perp AB$，垂足為C，
則$\angle AOC=30^\circ$，$OA=OB$
在$Rt\triangle AOC$中
$AC=\sin30^\circ OA=\frac{R}{2}$
$AB=2AC=R$
$OC=\sin60^\circ OA=\frac{\sqrt{3}}{2}R$


【點評: 解此題的關鍵是利用圓心角的度數等於它所對的弧度數及會構成一直角三角形來計算.反饋的情況是:個別同學圖會作，但求圓心角不會求，應加強引導】
</td>
<td>教師要關注和指導學生推理和解題步驟的嚴密性。</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>
3. 已知:如圖，⊙O 中弦 AB、CD 相交於 E，且 AB=CD，
求證:BE=DE.
證:作$OF\perp AB$，垂足為F，$OG\perp CD$，垂足為G
$AF=FB$，$DG=GC$
$\because AB=CD$
$\therefore AF=FB=DG=GC$
$\because AB=CD$
$\therefore OF=OG$
又$OF=OF$，
$\angle OGF=\angle OFE$，$OF=OG$
$\therefore\triangle OGE\cong\triangle OFE$
$\therefore GE=EF$
$\because DG+GE=BF+EF$
$\therefore BE=DE$


【點評: 解此題的關鍵是過圓心作 AB、CD 的垂線段的輔助線，然後利用弦相等所對的弦心距也相等來證明.此題從回饋的情況看應加強解題方法上的指導】
三. 知識講解:
由定理: 圓心角的度數和它們對的弧的度數相等。
</td>
<td>師生堂上演練
老師:提問</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td colspan="2">
得出
(1) 把頂點在圓心的周角等分成 360 份時，每一份的圓心角是 1°的角．
(2) 因為在同圓中相等的圓心角所對的弧相等，所以全部圓也被等分成 360 份，這時，把每一份這樣得到的弧叫做 1°的弧．
提問鞏固知識
1.度數是 5°的圓心角所對的弧的度數是多少?為什麼?
度數是 5°的圓心角所對的弧的度數是 5°，圓心角的度數和它們對的弧的度數相等。
2. 5°的圓心角對著多少度的弧？ 5°的弧對著多少度的圓心角?
度數是 5°的圓心角所對的弧的度數是 5°，5°的弧對著 5°的圓心角。
3. n°的圓心角對著多少度弧? n°的弧對著多少度的圓心角?
n°的圓心角對著 n°弧， n°的弧對著 n°的圓心角。
</td>
<td>生:思考、回答問題</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>小結:</td>
<td colspan="3">
1. 圓心角的度數和它們對的弧的度數相等.
2. 相等指的是“角與弧的度數”相等，而不是“角與弧”相等.
</td>
</tr>
<tr>
<td>作業</td>
<td colspan="3">
已知:如圖，在⊙O 中， 弦 AB 所對的弧是圓的$\frac{1}{3}$，圓的半徑為 2cm
求:AB 的長.
解:由題意得$AB=120^\circ$
$\therefore \angle AOB=120^\circ$
作$OC\perp AB$，垂足為C，
則$\angle AOC=60^\circ$，$AC=BC$
在$Rt\triangle AOC$中，
$AC=OA\sin 60^\circ=2\times\sin 60^\circ$
$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$
$\therefore AB=2AC=2\sqrt{3}(cm)$


</td>
</tr>
</table>

六、學生工作紙

第一課時

過三點的圓工作紙

姓名:______________ 班級:________ 學號:____ 日期:________

一、選擇題

(1).下列條件中不能確定一個圓的是（　）

A．圓心和半徑　　B．直徑

C．三角形的三個頂點　　D．平面上的三個已知點

(2).三角形的外心具有的性質是（　）

A．到三邊的距離相等　　B．到三個頂點的距離相等

C．外心在三角形外　　D. 外心在三角形內

(3).下列關於外心的說法正確的是（　）

A．外心是三個角的平分線的交點　B．外心是三條高的交點

C．外心是三條中線的交點　　D．外心是三邊的垂直平分線的交點

(4). 同時經過三個點可以作出的圓的個數（　）

A．只有 1 個　B．只有 2 個　C．有無數個　D．可能沒有

(5)．A，B，C 為平面上的三點，AB＝2，BC＝3，AC＝5，則(　)

A．可以畫一個圓，使 A，B，C 都在圓周上

B．可以畫一個圓，使 A，B 在圓周上，C 在圓內

C．可以畫一個圓，使 A，C 在圓周上，B 在圓外

D．可以畫一個圓，使 A，C 在圓周上，B 在圓內

(6)．圓的內接三角形的個數為（　）

A．1 個　B.2 個　C．3 個　D．無數個

(7)．三角形的外接圓的個數為（　）

A．1 個　B2 個　C．3 個　D．無數個

二、探究運用

1.小明家的房前有一塊矩形的空地，空地上有三棵樹 A，B，C，小明想建一個圓形花壇，使三棵樹都在花壇的邊上 .

(1)請你幫小明把花壇的位置畫出來(尺規作圖，不寫作法，保留作圖痕跡).

(2)若在△ABC 中，AB=8 米，AC=6 米，∠BAC=90°，試求小明家圓形花壇的面積.

三、小試牛刀:

1. 邊長為 2 的等邊三角形 ABC 內接於圓 O，則圓心 O 到三角形 ABC 一邊的距離為多少?

第二課時

垂直於弦的直徑(一)工作紙

姓名:_______________ 班級:_________ 學號:____ 日期:_________

一、填充

1.圓是________圖形，對稱軸是_________，圓又是_________圖形，它的對稱中心是________

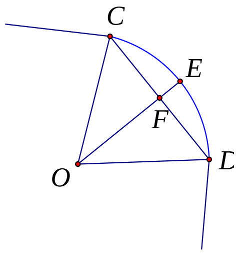
2.垂直於弦的直徑的性質定理

---

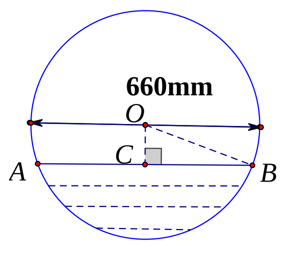
3. 圓的半徑為 5cm，圓心到弦 AB 的距離為 4cm，則 AB=________cm

二、探究運用:

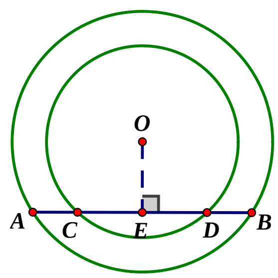
1. 如圖，一條公路的轉彎處是一段圓弧，點 O 是圓心，其中 CD=600m，E 為圓 O 上一點，OE⊥CD，垂足為 F，EF=90m.求:這段彎路的半徑．



2. 儲油罐的截面如圖所示，裝入一些油後，若油面寬 AB=600mm，求油的最大深度



3. 已知：如圖，在以 O 為圓心的兩個同心圓中，大圓的弦 AB 交小圓於 C、D 兩點．求證: AC=BD



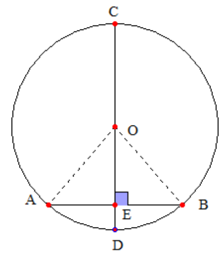
第三課時

垂直於弦的直徑(二)工作紙

姓名:________________ 班級:_________ 學號:____ 日期:____________

一、探究新問題:

已知 CD 是直徑，且平分弦 AB 於 E 點，能否得到 CD⊥AB，且平分弧 ACB 及弧 AB?



二、垂徑定理的推論 1:

(1)平分弦（不是直徑）的直徑垂直於弦，並且平分弦所對的兩條弧·

思考：這條推論是由哪幾個已知條件得到哪幾條結論？

條件:____

結論:____

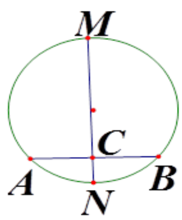
三、填充

(1)若 MN⊥AB，MN 為直徑，則______，______，

(2)若 AC＝BC，MN 為直徑，則______，______，

(3)若 MN⊥AB，AC＝BC，則______，______，

(4)若 $\overset{\frown}{AN}=\overset{\frown}{BN}$ ，MN 為直徑，則______，______，



四、探究運用:

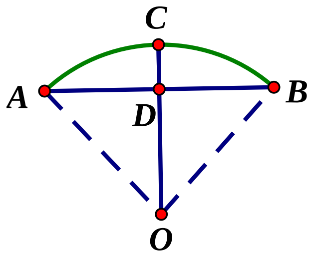
1.趙州橋的主橋拱是圓弧形，它的跨度（弧所對的弦長）為 37.4m，拱高（弧的中點到弦的距離）為 7.2m，你能求主橋拱的半徑嗎？

分析：

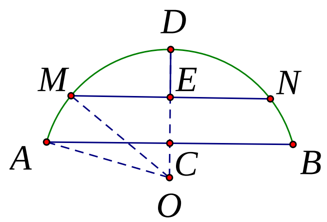
(1)根據橋的實物圖畫出的幾何圖形應是怎樣的？

(2)結合所畫圖形思考：圓的半徑 r、弦心距 d、弦長 a，弓形高 h 有怎樣的數量關係？

(3)在圓中解決有關弦的問題時，常常需要作垂直於弦的直徑，作為輔助線，這樣就可以把垂徑定理和畢氏定理結合起來.



2.有一石拱橋的橋拱是圓弧形，如圖所示，正常水位下水面寬 AB=60m，水面到拱頂距離 CD=18m，當洪水氾濫時，水面寬 MN=32m 時是否需要採取緊急措施？請說明理由．（當水面距拱頂 3 米以內時需要採取緊急措施



第四課時

圓心角、弧、弦、弦心距(一)工作紙

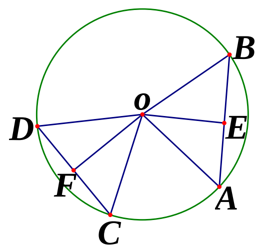
姓名:________________ 班級:_________ 學號:_____ 日期:____________

一、填充

已知：如圖，AB、CD 是⊙O 的兩條弦，OE、OF 為 AB、CD 的弦心距，

(1)如果 AB＝CD，那麼________，______________，____________，

(2)如果 OE＝OF，那麼________，______________，____________，



(3)如果 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$，那麼________，______________，____________，

(4)如果∠AOB＝∠COD，那麼________，__________，____________，

二、判斷題

(1)等弧的度數相等 ( )；

(2)圓心角相等所對應的弧相等 ( )；；

(3) 在同圓或等圓中，圓的弦心距相等 ( )；

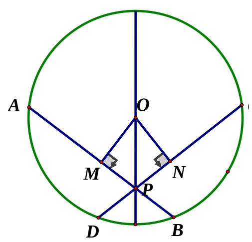
(4)兩條弧的長度相等，則這兩條弧所對應的圓心角相等 ( )；

(5)弦的弦心距相等，則弦相等 ( )；

三、計算題

1. 已知：如圖，⊙O 的弦 AB，CD 相交於點 P，∠APO＝∠CPO，

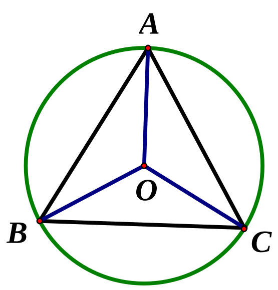
求證：AB＝CD.



2.如圖，⊙O 是△ABC 的外接圓，∠AOB=∠AOC=120°，

(1)求證：△ABC 是等邊三角形

(2)如果 BC 的弦心距為 3 釐米，求 AB、AC 的弦心距



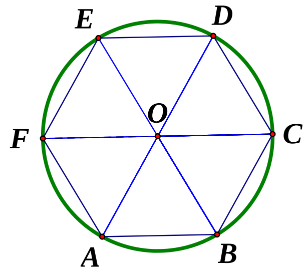
第五課時

圓心角、弧、弦、弦心距(二)工作紙

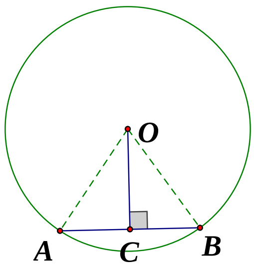
姓名:________________ 班級:_________ 學號:____ 日期:___________

一、計算題

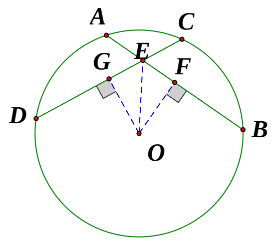
1. 六邊形 ABCDEF 的各頂點在同一個圓上，且各邊都相等，求:這個六邊形 ABCDEF 各邊所對的圓心角的度數



2.圓的一條弦把圓分為度數的比為 1:5 的兩條弧，如果圓的半徑為 R，
求: 弦心距和絃.



3. 已知:如圖，⊙O 中弦 AB、CD 相交於 E，且 AB=CD，求證:BE=DE.



二. 回答問題

1.度數是 5°的圓心角所對的弧的度數是多少?為什麼?

2. 5°的圓心角對著多少度的弧？ 5°的弧對著多少度的圓心角?

3. n°的圓心角對著多少度弧? n°的弧對著多少度的圓心角?

叁、試教評估

翻轉課堂教學模式主要關注的是對傳統教學模式兩個方面的翻轉。首先，是教學形式上的翻轉，即在案例分析中所體現由傳統的教師教和學生學翻轉為學生先進行自主的學習，然後教師再在課堂上引導學生學習，將課堂還給學生。儘管教學形式上的翻轉很有必要，但是教學理念上的翻轉更加重要。翻轉課堂的教學理念要求教師重新認識自己的教學角色，教師不再是課堂的主宰者，而更多的是學生學習的主導者、合作者和參與者，營造一個平等互動的學習氛圍。翻轉課堂中，學生不再是知識的被動接受者，而是知識的主動探究者，教學視頻在其中起到了知識傳遞的作用。

這個教學設計的模式為一堂課、一學案、二個環節：第一個環節是通過學生課前觀看影片，獲取新知識、概念，得出結論，適當的課前練習；第二個環節是在課堂上，對課前已觀看的視頻、練習講評，以工作紙的形式列出思考、分析探究、綜合運用等部分，能有效的檢閱學生課前對知識點的掌握情況，引導學生思考問題，一步一步鞏固新知識，運用新知識，體現新知識的來龍去脈，很好地建構知識體系。

除此之外， 這種教學模式還有以下幾個優點:

1.用多種感官感受數學，培養數學情感。學生在本課中不僅要用耳朵聽數學，而且要用眼睛觀察數學現象，通過動畫演示和教師對定理的講解來理解數學知識，在探討、交流、分析中獲得數學知識。

2.注重培養學生的語言概括能力，培養邏輯推理能力在例題的推理過程中，強調每一步的理由，追問理由是學過哪個的定義、定理或已知條件。

3.重視數學知識的形成過程，讓學生感受到學習的快樂。比如:教學中引導學生從同圓或等圓兩種情況進行分析，用動畫推導圓心角定理的證明過程。定理學完後，馬上進行適當的練習加以鞏固，讓學生在思考與回答的過程中體會到學習數學的快樂。

4.訓練及時，關注中下層學生。工作紙設計有梯度，培養學生的發散思維能力。讓不同層次學生通過思考，都能有所得;工作紙在課後老師可收檢評閱，能進一步檢視學生掌握的情況，及時發現問題，及時修補，有效輔助差生解決課上的疑惑，在提問時照顧了中下層學生，老師能有效地照顧個別差異的學生。

5. 課前的視頻與即時練習放在校本的 FLIP 平台， 平台提供統計數據， 輕易檢查出學生觀看視頻的情況， 完成練習的情況， 有助掌握學生對知識的掌握情況。

但，也有一些存在不足之處，有待今後進一步改善。

1．應多預設的一些能力提升題，多預設一些用本節知識解決生活中的實際問題，只有這樣才能滿足優生的學習需要，才能很好地加強抽象的數學定理與生活實際的結合。

2．因課前學生是通過觀看視頻， 缺少讓學生多一些動手操作的機會，缺少給學生多一些展示的機會，在操作中加深對定理推導過程的體驗。

3．有些懶散的學生合作積極性不高；不願過多地獨立思考，表現出一種依賴思想，很多時候任務由小組骨幹幫助其完成任務。總之， 由實際授課的量化結果發現， 透過翻轉教學的方式， 不僅使學生成績有所進步且學習信心增加，學生問題解決能力與自我學習負責任的良好態度亦有很大的改善。

肆、反思與建議

我校嘗試特色課堂教學模式:翻轉課堂並組織實施，現就結合我們對學習翻轉課堂的情況，作一反思。

翻轉課堂與傳統課堂教學相比其最大的特點是把知識傳授的過程放到教室外，讓學生選擇最適合自己的地點、時間接受知識，而把知識內化的過程放到教室內，以便學生與學生之間、老師和學生之間有更多的交流和溝通。這一教學方式與傳統的“教師白天在教室上課，學生晚上回家做作業”的方式正好相反。

翻轉課堂的教學理念要求教師重新認識自己的教學角色，由傳統課堂中知識的傳授者轉變為學生學習的指導者，教師不再是課堂的主宰者，而更多的是學生學習的合作者和參與者，營造一個平等互助的學習氛圍。翻轉課堂中，學生不再是知識的被動接受者，而是知識的主動探究者，教學視頻在其中起到了知識傳遞的作用。

一.翻轉課堂的好處:

1. 把老師的教學搬出課堂外。老師編制學案並提前錄製成視頻，學生自主選擇看相應的視頻學習，必要時可以反復觀看，通過自己的節奏自主學習，在上課前理解要學知識。

2. 學生以前在自習上獨立做的作業搬到課堂上來進行。讓學生在老師的指導下做作業，有疑難時跟老師和同學一起討論解決。

3. 培養了學生閱讀教材的習慣和能力。實施翻轉課堂，學生在課堂上可認真閱讀教材，然後再完成相關學案。

4. 提高了學生的問題意識和創新意識。學生根據學習情況提出本人或小組中的疑難問題；課堂上，學生通過自主探究、合作學習，運用已有的知識解決問題。每一節課上，學生始終處在思考、分析、探索、提高的狀態中，思維活躍，認識深刻，分析問題、解決問題的能力逐漸提高，創新意識明顯增強。

5.課堂上初步落實了分層教學。學生自學教材後，可以根據自己的需要決定觀看視頻一遍或幾遍。同時，還可以通過合作學習，解決自學教材、觀看視頻後沒有解決的問題。

二. 本教學設計翻轉課堂:

第一課時《7. 2 過三點的圓》：學生觀看課前視頻時，要清楚確定一個圓的關鍵是圓心和半徑；會用尺規作過不在同一直線上的三個點的圓。在課堂教學中要堅持以學生為主體，讓學生的手、腦、口都動起來，以小組為單位，合作探究，引導學生發現問題，提出問題，解決問題。從實際的教學情況來看，學生的積極性很高，潛能也被充分的挖掘和調動，但隨之而來的困惑也較多。教師注重採用小組合作交流，共同學習，但在此過程中，好的學生能積極討論、發言，提高了一節課的效能， 學到了很多知識，發展了他們的能力，但對於哪些調皮學生來說，討論簡直是一種放鬆。什麼都沒有學到，學生與學生之間的兩極分化日趨嚴重，作為教師十分頭疼，如何解決呢？

還有待探索和研究。

第二、三課時《7.3 垂直於弦的直徑》: 本節課主要經過了二個環節：第一個環節是讓學生通過課前觀看影片，學習垂徑定理的內容。第二個環節是在課堂上能初步應用垂徑定理進行計算和證明.其中，第二個環節是本節課的重點。數學源於生活，而又服務於生活。

本節課的內容與生活是息息相關的，因此學生反應很熱烈，學起來也不困難。這節課我們採用了在課前視頻，使抽象的圖形直觀化、生活化；通過實物圖形的折疊和旋轉使複雜的問題簡單化，學生也比較容易接受，在課堂上也多舉生活中的例子來探究。從而突破了難點，達到了本節課的教學目標。因此在今後的教學中應注重貼近學生的實際生活，從學生的角度去挖掘素材，找准突破點，盡可能地使數學生活化、趣味化，使學生自願地去親身經歷數學，體驗數學，從而達到我們教學的目的。

第四、五課時《7.4 圓心角、弧、弦、弦心距之間的關係》: 本節課主要也是經過了二個環節：第一環節通過學生課前觀看視頻， 動態的數學實驗演示，讓學生直觀獲得圓心角、弧、弦、弦心距四者之間的關係；第二環節在課堂上學生分組合作嘗試用這一關係定理，解決圓的計算證明問題；同時注重培養學生的探索能力、邏輯推理能力；力求體驗數學的生活性、趣味性，進一步感受圓的美，激發學習興趣。

三. 不足與建議:

1.實施翻轉課堂，需要學校轉變教學理念、注重個性化學習。

2.翻轉課堂可以作為我們現行教學方式的一種有益補充。我們可以利用“課堂翻轉”來實現邊緣生、尖子生的成績提升；

3.並不是所有課題都適用於“翻轉課堂”，理科思維強度大、難度大的知識，文科人文色彩濃厚的知識，還應立足課堂來生成，教師的作用不可替代；我們應選取恰當的時機，選取恰當的課題，循序漸進的、具體問題具體分析的開展“翻轉課堂”實踐。

4.視頻及其他多媒體手段僅作為一種教學輔助手段和工具。

5.對懶散學生約束力不足。由於學生個性的差異及小組長組織管理能力的差異，還是難以保證所有學生在小組內都積極參與。例如：有些懶散的學生合作積極性不高；不願過多地獨立思考，表現出一種依賴思想，很多時候任務由小組骨幹幫助其完成任務。

最終建議：對於翻轉課堂的實踐因遵循循序漸進、具體問題具體分析的原則。適當選取知識點展開班級對比試驗，根據試驗結果調整翻轉課堂授課方式，逐步使學生將自主管理能力和自主學習能力成為習慣，逐步實現翻轉課堂的本土化，切不可操之過急。

參考文獻

1. 幾何　第三冊　 人民教育出版社中學數學室 編著

2. 1 課 3 練初三幾何(全)　延邊教育出版社　出版

3. 倍速學習法 九年級數學上 人教版　北京教育出版社

4.翻轉教室理論、策略與實務　黃國禎 主編　高等教育出版

5. http://www.pep.com.cn/czsx/jszx/czsxtbjxzy/czsxdzkb_1_1_2/

附錄

一、學生作品

【學生:許汶樺】

7.2 過三點的圓工作紙

班级: 初三愛　姓名: 許汶樺　学号: 18

一. 選擇題:

(1) 下列條件中不能確定一個圓的是（ D ）
A. 圓心和半徑　B. 直徑
C. 三角形的三個頂點　D. 平面上的三個已知點

(2) 三角形的外心具有的性質是（ B ）
A. 到三邊的距離相等　B. 到三個頂點的距離相等
C. 外心在三角形外　D. 外心在三角形內

(3) 下列關於外心的說法正確的是（ D ）
A. 外心是三個角的平分線的交點　B. 外心是三條高的交點
C. 外心是三條中線的交點　D. 外心是三邊的垂直平分線的交點

(4) 同時經過三個點可以作出的圓的個數（ A ）
A. 只有 1 個　B. 只有 2 個　C. 有無數個　D. 可能沒有

(5) A、B、C 為平面上的三點，AB=2，BC=3，AC=5，則(　)
A. 可以畫一個圓，使 A、B、C 都在圓周上
B. 可以畫一個圓，使 A、B 在圓周上，C 在圓內
C. 可以畫一個圓，使 A、C 在圓周上，B 在圓外
D. 可以畫一個圓，使 A、C 在圓周上，B 在圓內

(6). 圓的內接三角形的個數為（ ~~A~~ ） D
A. 1 個　B. 2 個　C. 3 個　D. 無數個

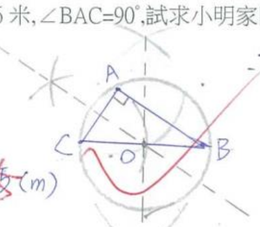
(7)．三角形的外接圓的個數為（ A ）
A．1 個　B．2 個　C．3 個　D．無數個

(8). 下列說法正確的是（ ~~C~~ ） D
A. 過一點可以確定一個圓　B. 過兩點可以確定一個圓
C. 過三點可以確定一個圓　D. 三角形一定有外接圓

二. 探究運用:

1.小明家的房前有一塊矩形的空地,空地上有三棵樹 A、B、C,小明想建一個圓形花壇,使三棵樹都在花壇的邊上．
(1)請你幫小明把花壇的位置畫出來(尺規作圖,不寫作法,保留作圖痕跡).
(2)若在△ABC 中,AB=8 米,AC=6 米,∠BAC=90°,試求小明家圓形花壇的面積.

解: ∵ AB = 8m AC = 6m
∴ 在 Rt△ABC 中:
$BC = \sqrt{AB^2+AC^2}$
$= \sqrt{8^2+6^2} = 10\ (m)$
∴ $r = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 10 = 5\ (m)$



∴ $S_{圓} = \pi R^2$
$= 3.14 \times 25$
$= 78.5\ (m^2)$

三. 小試牛刀:

1. 邊長為 2 的等邊三角形 ABC 內接於圓 O，則圓心 O 到三角形 ABC 一邊的距離為多少?

∵ BC=2
∴ BD=1
連接 OB, OC
∵ 圓O=360° ∴ ∠BOD=60°
∴ ∠OBD=30°
∴ OD=x, OB=2x

$(2x)^2 = 1^2 + x^2$
$4x^2 = 1^2 + x^2$
$4x^2 - x^2 = 1$
$3x^2 = 1$
$x^2 = \frac{1}{3}$
$x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

7.3 垂直於弦的直徑工作紙

一. 填空:

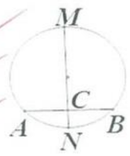
1. 圓是＿軸＿對稱圖形，它的對稱軸是＿直徑＿；圓又是＿中心＿對稱圖形，它的對稱中心是＿圓心＿.
2. 垂直於弦的直徑的性質定理是＿垂直於弦的直徑平分這條弦,並且平分弦所對的兩條弧＿
3. 平分＿弦＿的直徑＿垂直＿於弦，並且平分＿弧＿.
4. 如圖填空：在⊙O 中，

(1)若 MN⊥AB，MN 為直徑，則 $\widehat{AM}=\widehat{BM}$，$\widehat{AN}=\widehat{BN}$，$AC=BC$；

(2)若 AC＝BC，MN 為直徑，則 $\widehat{AM}=\widehat{BM}$，$\widehat{AN}=\widehat{BN}$，$MN\perp AB$；

(3)若 MN⊥AB，AC＝BC，則 MN是直徑，$\widehat{AM}=\widehat{BM}$，$\widehat{AN}=\widehat{BN}$；

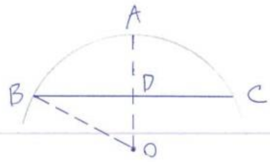
(4)若 $\widehat{AN}=\widehat{BN}$，MN 為直徑，則 $\widehat{AM}=\widehat{BM}$，$MN\perp AB$，$AC=BC$.



5. 圓的半徑為 5cm，圓心到弦 AB 的距離為 4cm，則 AB=＿6＿cm.

二. 探究運用:

1. 趙州橋的主橋拱是圓弧形，它的跨度（弧所對的弦長）為 37.4m，拱高（弧的中點到弦的距離）為 7.2m，你能求出主橋拱的半徑嗎？



解:設AO為x

$\therefore DO=(x-7.2)$

$\therefore BO^2=\sqrt{BD^2+DO^2}$

$BD=\frac{BC}{2}=\frac{37.4}{2}=18.7$

$x^2=18.7^2+(x-7.2)^2$

$=18.7^2+x^2-14.4x+51.84$

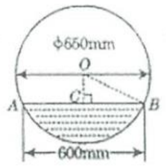
$14.4x=18.7^2+51.84$

$14.4x=401.17$

$x \propto 27.9$

三.小試牛刀:

1. 儲油罐的截面如圖所示，裝入一些油後，若油面寬 AB=600mm，求油的最大深度．



解: $\because R=650mm$, $AB=600mm$

$\therefore OB=\frac{R}{2}=\frac{650}{2}=325$

$CB=\frac{AB}{2}=\frac{600}{2}=300$

$\therefore OC^2=OB^2-BC^2$

$=325^2-300^2$

$=125$

最大深度 $=OB-OC=325-125=200$ mm

98

答:

【學生:梁凱欣】

7.2 過三點的圓工作紙

班级：初三愛　姓名：梁凱欣　学号：16

一. 選擇題:

(1) 下列條件中不能確定一個圓的是（ ~~B~~ ）D

A. 圓心和半徑　　B. 直徑

C. 三角形的三個頂點　　D. 平面上的三個已知點

(2) 三角形的外心具有的性質是（ B ）

A. 到三邊的距離相等　　B. 到三個頂點的距離相等

C. 外心在三角形外　　D. 外心在三角形內

(3) 下列關於外心的說法正確的是（ D ）

A. 外心是三個角的平分線的交點　　B. 外心是三條高的交點

C. 外心是三條中線的交點　　D. 外心是三邊的垂直平分線的交點

(4) 同時經過三個點可以作出的圓的個數（ A ）

A. 只有 1 個　　B. 只有 2 個　　C. 有無數個　　D. 可能沒有

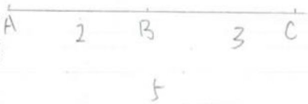
(5) A、B、C 為平面上的三點，AB＝2，BC＝3，AC＝5，則（ ~~B~~ ）D

A. 可以畫一個圓，使 A、B、C 都在圓周上

B. 可以畫一個圓，使 A、B 在圓周上，C 在圓內

C. 可以畫一個圓，使 A、C 在圓周上，B 在圓外

D. 可以畫一個圓，使 A、C 在圓周上，B 在圓內



(6). 圓的內接三角形的個數為（ D ）

A. 1 個　　B. 2 個　　C. 3 個　　D. 無數個

(7)．三角形的外接圓的個數為（ A ）

A．1 個　　B．2 個　　C．3 個　　D．無數個

(8). 下列說法正確的是（ C ）D

A. 過一點可以確定一個圓　　B. 過兩點可以確定一個圓

C. 過三點可以確定一個圓　　D. 三角形一定有外接圓

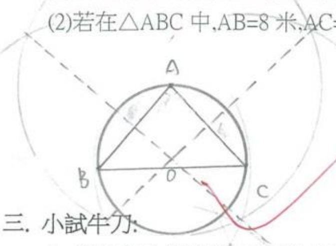
二. 探究運用:

1.小明家的房前有一塊矩形的空地,空地上有三棵樹 A、B、C,小明想建一個圓形花壇,使三棵樹都在花壇的邊上．

(1)請你幫小明把花壇的位置畫出來(尺規作圖,不寫作法,保留作圖痕跡).

(2)若在△ABC 中,AB=8 米,AC=6 米,∠BAC=90°,試求小明家圓形花壇的面積.

解：(1)



(2) ∵ $AB = 8$(米)　$AC = 6$(米)

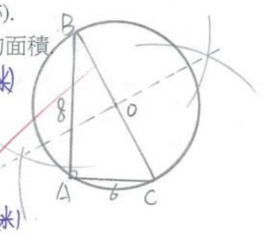
∴ $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$

$= \sqrt{8^2 + 6^2}$

$= 10$(米)

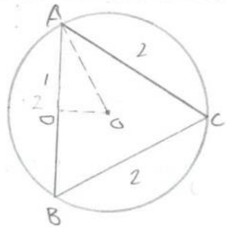
∴ $OB = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\times 10 = 5$(米)

$S_{圓} = \pi r^2 = 5^2\pi = 25\pi$(米²)



三. 小試牛刀:

1. 邊長為 2 的等邊三角形 ABC 內接於圓 O,則圓心 O 到三角形 ABC 一邊的距離為多少?



解：∵ $AD = BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\times 1 = 1$.

∵ $\angle BAC = 60°$.

∴ $\angle DAO = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2}\times 60° = 30°$.

∴ $\tan\angle DAO = \frac{OD}{AD}$

$\tan 30° = \frac{OD}{1}$

$OD = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

95

7.3 垂直於弦的直徑工作紙

一. 填空:

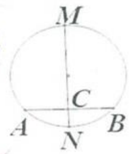
1. 圓是 __軸__ 對稱圖形，它的對稱軸是 __直徑__；圓又是 __中心__ 對稱圖形，它的對稱中心是 __圓心__.
2．垂直於弦的直徑的性質定理是 __垂直于弦的直徑平分這条弦，并且平分弦所对的两条弧__
3．平分 __~~直~~弦__ 的直徑 __垂直__ 於弦，並且平分 __弧__.
4. 如圖填空：在⊙O 中，

   (1)若 MN⊥AB，MN 為直徑，則 $\widehat{AM}=\widehat{BM}$，$\widehat{AN}=\widehat{BN}$，$AC=BC$ ~~$AN=BN$~~;

   (2)若 AC＝BC，MN 為直徑，則 $\widehat{AM}=\widehat{BM}$，$\widehat{AN}=\widehat{BN}$，~~其~~ $MN\perp AB$

   (3)若 MN⊥AB，AC＝BC，則 MN是直徑，$\widehat{AM}=\widehat{BM}$，$\widehat{AN}=\widehat{BN}$;

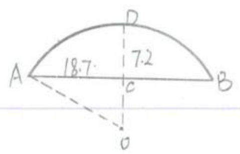
   (4)若 $\widehat{AN}=\widehat{BN}$，MN 為直徑，則 $\widehat{AM}=\widehat{BM}$ $MN\perp AB$ $AC=BC$.



5．圓的半徑為 5cm，圓心到弦 AB 的距離為 4cm，則 AB= __6__ cm．

二. 探究運用:

1. 趙州橋的主橋拱是圓弧形，它的跨度（弧所對的弦長）為 37.4m，拱高（弧的中點到弦的距離）為 7.2m，你能求出主橋拱的半徑嗎？



解：設主橋拱的半徑為 xm 則 $OC=(x-7.2)$m.

$\because AC=BC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 37.4=18.7$ m

$\therefore$ ~~勾股~~ $AC^2+OC^2=AO^2$

$18.7^2+(x-7.2)^2=x^2$

$349.69+\cancel{x^2}+51.84-14.4x-\cancel{x^2}=0$

$-14.4x=-349.69-51.84$

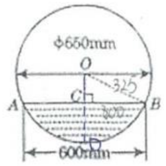
$-14.4x=-401.53$

$x\approx 27.9$

答：半徑為 27.9 mm

三.小試牛刀:

1. 儲油罐的截面如圖所示，裝入一些油後，若油面寬 AB=600mm，求油的最大深度．



解：~~連接~~ 延長 OC.

$\because AC=BC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 600=300$ mm

$BO=\frac{1}{2}\times 650$ ~~mm~~ $=325$mm

$\therefore OC=\sqrt{BO^2-BC^2}$

$=\sqrt{325^2-300^2}$

$=125$ mm

$\therefore CD=OD-OC$

$=\cancel{650}\ 325-125$

$=\cancel{325}\ 200$mm

答：油的~~最~~大深度為 ~~325~~ 200mm.

100

【學生:郭家悅】

7.2 過三點的圓工作紙

班级：初二愛　姓名：郭家悅　学号：19

一. 選擇題:

(1) 下列條件中不能確定一個圓的是（D）
A. 圓心和半徑　B. 直徑
C. 三角形的三個頂點　D. 平面上的三個已知點

(2) 三角形的外心具有的性質是（A）
A. 到三邊的距離相等　B. 到三個頂點的距離相等
C. 外心在三角形外　D. 外心在三角形內

(3) 下列關於外心的說法正確的是（D）
A. 外心是三個角的平分線的交點　B. 外心是三條高的交點
C. 外心是三條中線的交點　D. 外心是三邊的垂直平分線的交點

(4) 同時經過三個點可以作出的圓的個數（A）
A. 只有 1 個　B. 只有 2 個　C. 有無數個　D. 可能沒有

(5) A、B、C 為平面上的三點，AB＝2，BC＝3，AC＝5，則（D）
A. 可以畫一個圓，使 A、B、C 都在圓周上
B. 可以畫一個圓，使 A、B 在圓周上，C 在圓內
C. 可以畫一個圓，使 A、C 在圓周上，B 在圓外
D. 可以畫一個圓，使 A、C 在圓周上，B 在圓內

(6). 圓的內接三角形的個數為（D）
A. 1 個　B. 2 個　C. 3 個　D. 無數個

(7)・三角形的外接圓的個數為（A）
A・1 個　B・2 個　C・3 個　D・無數個

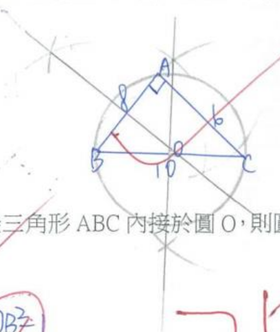
(8). 下列說法正確的是（D）
A. 過一點可以確定一個圓　B. 過兩點可以確定一個圓
C. 過三點可以確定一個圓　D. 三角形一定有外接圓

二. 探究運用:

1.小明家的房前有一塊矩形的空地,空地上有三棵樹 A、B、C,小明想建一個圓形花壇,使三棵樹都在花壇的邊上 .

(1)請你幫小明把花壇的位置畫出來(尺規作圖,不寫作法,保留作圖痕跡).

(2)若在△ABC 中,AB=8 米,AC=6 米,∠BAC=90°,試求小明家圓形花壇的面積.



$S_{圓} = \pi R^2$
$= \pi (5^2)$
$= 25\pi$

三. 小試牛刀:

1. 邊長為 2 的等邊三角形 ABC 內接於圓 O，則圓心 O 到三角形 ABC 一邊的距離為多少?

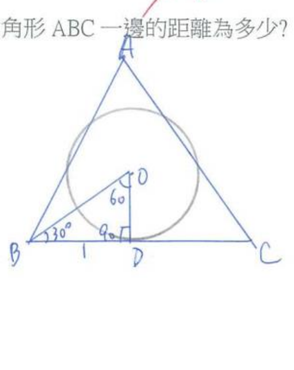
$\angle BOD = 60^\circ$, $\angle OBD = 30^\circ$

$BD = 2 \div 2 = 1$

$OD^2 = OB^2 - 1$

$OD = \sqrt{3}$

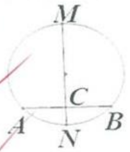
75



7.3 垂直於弦的直徑工作紙

一. 填空:

1. 圓是__軸__對稱圖形，它的對稱軸是__圓心__；圓又是__中心__對稱圖形，它的對稱中心是__直徑__.
2・垂直於弦的直徑的性質定理是__弦徑定理__
3・平分__弦__的直徑__垂直__於弦，並且平分__弧__.
4. 如圖填空：在⊙O 中，



(1)若 MN⊥AB，MN 為直徑，則__AC=CB__，__$\widehat{AM}=\widehat{MB}$__，__$\widehat{AN}=\widehat{NB}$__；

(2)若 AC＝BC，MN 為直徑，則__NM⊥AB__，__$\widehat{AM}=\widehat{MB}$__，__$\widehat{AN}=\widehat{NB}$__；

(3)若 MN⊥AB，AC＝BC，則__$\widehat{AN}=\widehat{NB}$__，__$\widehat{AM}=\widehat{BM}$__，__MN為直徑__

(4)若 $\widehat{AN}=\widehat{BN}$，MN 為直徑，則__MN⊥AB__，__$\widehat{AM}=\widehat{BM}$__，__$\widehat{AN}=\widehat{NB}$__.

5・圓的半徑為 5cm，圓心到弦 AB 的距離為 4cm，則 AB=__6__cm・

二. 探究運用:

1. 趙州橋的主橋拱是圓弧形，它的跨度（弧所對的弦長）為 37.4m，拱高（弧的中點到弦的距離）為 7.2m，你能求出主橋拱的半徑嗎？

設OC為x

要作圖

$AC = 37.4 \div 2 = 18.7$, $DC = 7.2$

$(7.2+x)^2 = AC^2 + x^2$

$7.2^2 + 14.4x + x^2 = 18.7^2 + x^2$

$14.4x = 18.7^2 - 7.2^2$

$x = \frac{5957}{288}$

三.小試牛刀:

1. 儲油罐的截面如圖所示，裝入一些油後，若油面寬 AB=600mm，求油的最大深度・

$OB = 325mm$

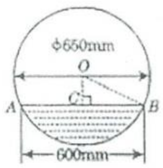
$BC = \frac{1}{2}AB = 300mm$

$OC = \sqrt{OB^2 - BC^2}$

$= 125mm$

$CD = r - OC = 175mm$

60



【學生:黃璟琳】

7.2 過三點的圓工作紙

班级：9B3C 姓名：黄璟琳 学号：25

一. 選擇題:

(1) 下列條件中不能確定一個圓的是（ D ）
A. 圓心和半徑 B. 直徑
C. 三角形的三個頂點 D. 平面上的三個已知點

(2) 三角形的外心具有的性質是（ B ）
A. 到三邊的距離相等 B. 到三個頂點的距離相等
C. 外心在三角形外 D. 外心在三角形內

(3) 下列關於外心的說法正確的是（ D ）
A. 外心是三個角的平分線的交點 B. 外心是三條高的交點
C. 外心是三條中線的交點 D. 外心是三邊的垂直平分線的交點

(4) 同時經過三個點可以作出的圓的個數（ A ）
A. 只有 1 個 B. 只有 2 個 C. 有無數個 D. 可能沒有

(5) A、B、C 為平面上的三點，AB＝2，BC＝3，AC＝5，則(~~B~~) D
A. 可以畫一個圓，使 A、B、C 都在圓周上
B. 可以畫一個圓，使 A、B 在圓周上，C 在圓內
C. 可以畫一個圓，使 A、C 在圓周上，B 在圓外
D. 可以畫一個圓，使 A、C 在圓周上，B 在圓內

(6). 圓的內接三角形的個數為（ D ）
A. 1 個 B. 2 個 C. 3 個 D. 無數個

(7)．三角形的外接圓的個數為（ A ）
A．1 個 B．2 個 C．3 個 D．無數個

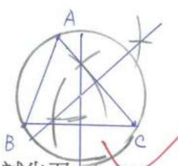
(8). 下列說法正確的是（ C ） D
A. 過一點可以確定一個圓 B. 過兩點可以確定一個圓
C. 過三點可以確定一個圓 D. 三角形一定有外接圓

二. 探究運用:

1.小明家的房前有一塊矩形的空地,空地上有三棵樹 A、B、C,小明想建一個圓形花壇,使三棵樹都在花壇的邊上．

(1)請你幫小明把花壇的位置畫出來(尺規作圖,不寫作法,保留作圖痕跡).

(2)若在△ABC 中,AB=8 米,AC=6 米,∠BAC=90°,試求小明家圓形花壇的面積.



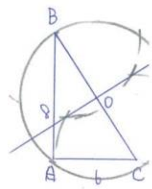
$\because AB = 8m \quad AC = 6m$

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$

$= \sqrt{8^2+6^2} = 10m$

$\therefore OB = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\times 10 = 5m$

$S = \pi r^2 = 5^2\pi = 25\pi\ (m^2)$



三. 小試牛刀:

1. 邊長為 2 的等邊三角形 ABC 內接於圓 O，則圓心 O 到三角形 ABC 一邊的距離為多少?

$\because AD = BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\times 2 = 1$

$\because \angle BAC = 60^\circ$

$\therefore \angle DAO = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2}\times 60^\circ = 30^\circ$

$\therefore \tan\angle DAO = \frac{OD}{AD}$

$\tan 30^\circ = \frac{OD}{1}$

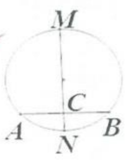
$OD = \frac{\sqrt{3}}{3}$

75

7.3 垂直於弦的直徑工作紙

一. 填空:

1. 圓是__軸__對稱圖形，它的對稱軸是__直徑__；圓又是__中心__對稱圖形，它的對稱中心是__圓心__.
2. 垂直於弦的直徑的性質定理是________
3. 平分__弦__的直徑__垂直__於弦，並且平分__弧__.
4. 如圖填空：在⊙O 中，



(1)若 MN⊥AB，MN 為直徑，則 $\widehat{AM}=\widehat{MB}$，$\widehat{AN}=\widehat{NB}$，$AC=CB$；

(2)若 AC＝BC，MN 為直徑，則 $MN\perp AB$，$\widehat{AM}=\widehat{MB}$，$\widehat{AN}=\widehat{NB}$；

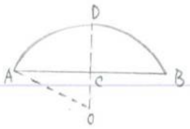
(3)若 MN⊥AB，AC＝BC，則 MN為直徑，~~MN⊥~~ $\widehat{AM}=\widehat{MB}$，$\widehat{AN}=\widehat{NB}$；

(4)若 $\widehat{AN}=\widehat{BN}$，MN 為直徑，則 $\widehat{AM}=\widehat{MB}$，$AC=BC$，$MN\perp AB$.

5. 圓的半徑為 5cm，圓心到弦 AB 的距離為 4cm，則 AB=__6__cm.

二. 探究運用:

1. 趙州橋的主橋拱是圓弧形，它的跨度（弧所對的弦長）為 37.4m，拱高（弧的中點到弦的距離）為 7.2m，你能求出主橋拱的半徑嗎？



解：設主橋拱的半徑為 x m 則 OC = (x − 7.2) m

$\therefore AC = BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\times 37.4 = 18.7m$

$AC^2 + OC^2 = AO^2$

$18.72^2 + (x-7.2)^2 = x^2$

$349.69 + x^2 + 51.84 - 14.4x - x^2 = 0$

$-14.4x = -401.53$

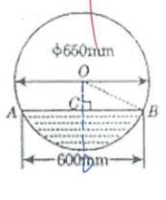
$x \approx 27.9$ (m)

答：——

9.5

三.小試牛刀:

1. 儲油罐的截面如圖所示，裝入一些油後，若油面寬 AB=600mm，求油的最大深度.



解：延長 OC

$\because AC = BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\times 600 = 300$ mm

$BO = \frac{1}{2}\times 600 = 325$ mm

$\therefore OC = \sqrt{BO^2 - BC^2}$

$= \sqrt{325^2 - 300^2}$

$= 125$ mm

$\therefore CD = OD - OC$

$= 325 - 125$

$= 200$ mm

答：最大深度為 200 mm。

【學生:鍾沛霖】

7.2 過三點的圓工作紙

班级: 初二愛 姓名: 鍾沛霖 学号: 28

一. 選擇題:

(1) 下列條件中不能確定一個圓的是（ D ）

A. 圓心和半徑　　B. 直徑

C. 三角形的三個頂點　　D. 平面上的三個已知點

(2) 三角形的外心具有的性質是（ B ）

A. 到三邊的距離相等　　B. 到三個頂點的距離相等

C. 外心在三角形外　　D. 外心在三角形內

(3) 下列關於外心的說法正確的是（ D ）

A. 外心是三個角的平分線的交點　　B. 外心是三條高的交點

C. 外心是三條中線的交點　　D. 外心是三邊的垂直平分線的交點

(4) 同時經過三個點可以作出的圓的個數（ A ）

A. 只有 1 個　　B. 只有 2 個　　C. 有無數個　　D. 可能沒有

(5) A、B、C 為平面上的三點，AB＝2，BC＝3，AC＝5，則(D)

A. 可以畫一個圓，使 A、B、C 都在圓周上

B. 可以畫一個圓，使 A、B 在圓周上，C 在圓內

C. 可以畫一個圓，使 A、C 在圓周上，B 在圓外

D. 可以畫一個圓，使 A、C 在圓周上，B 在圓內

(6). 圓的內接三角形的個數為（ D ）

A. 1 個　　B. 2 個　　C. 3 個　　D. 無數個

(7)．三角形的外接圓的個數為（ A ）

A．1 個　　B．2 個　　C．3 個　　D．無數個

(8). 下列說法正確的是（ D ）

A. 過一點可以確定一個圓　　B. 過兩點可以確定一個圓

C. 過三點可以確定一個圓　　D. 三角形一定有外接圓

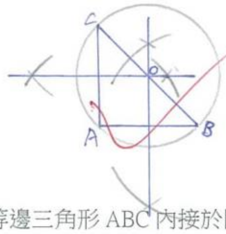
二. 探究運用:

1.小明家的房前有一塊矩形的空地,空地上有三棵樹 A、B、C,小明想建一個圓形花壇,使三棵樹都在花壇的邊上．

(1)請你幫小明把花壇的位置畫出來(尺規作圖,不寫作法,保留作圖痕跡).

(2)若在△ABC 中,AB=8 米,AC=6 米,∠BAC=90˚,試求小明家圓形花壇的面積.

(1) 解:



(2) 解: ∵ $AB=8m$, $AC=6m$, $\angle BAC=90^\circ$

∴ $CB=\sqrt{AB^2-AC^2}=10(m)$

∴ $OC=\frac{1}{2}CB=5(m)$

∴ $S_{圆}=\pi OC^2=25\pi\ (m^2)$

三. 小試牛刀:

1. 邊長為 2 的等邊三角形 ABC 內接於圓 O，則圓心 O 到三角形 ABC 一邊的距離為多少?

95

解: 连结 OB，作 $OD\perp BC$

∵ $\angle BOD=\frac{180^\circ}{3}=60^\circ$

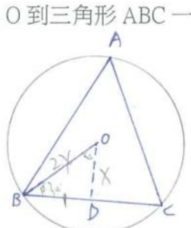
∴ $\angle OBD=180^\circ-90^\circ-\angle BOD=30^\circ$

∵ $BD=\frac{1}{2}BC=1$

∴ $OD^2=OB^2-1$

∴ $OD^2=(2OD)^2-1$

∴ $OD=\frac{\sqrt{3}}{3}$



7.3 垂直於弦的直徑工作紙

一. 填空:

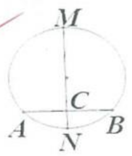
1. 圓是＿軸＿對稱圖形，它的對稱軸是＿圓心＿；圓又是＿中心＿對稱圖形，它的對稱中心是＿直徑＿.
2．垂直於弦的直徑的性質定理是＿弦徑定理＿
3．平分＿弦＿的直徑＿垂直＿於弦，並且平分＿弧＿.
4. 如圖填空：在⊙O 中，

(1)若 MN⊥AB，MN 為直徑，則＿$\hat{AN}=\hat{NB}$＿，＿$\hat{AM}=\hat{BM}$＿，＿$AC=BC$＿；

(2)若 AC＝BC，MN 為直徑，則＿$\hat{AN}=\hat{NB}$＿，＿$\hat{AM}=\hat{BM}$＿，＿$MN\perp AB$＿；

(3)若 MN⊥AB，AC＝BC，則＿$\hat{AN}=\hat{NB}$＿，＿$\hat{AM}=\hat{BM}$＿，＿MN為直径＿；

(4)若 $\overset{\frown}{AN}=\overset{\frown}{BN}$，MN 為直徑，則＿$MN\perp AB$＿，＿$\hat{AM}=\hat{BM}$＿，＿$\hat{AN}=\hat{NB}$＿.



5．圓的半徑為 5cm，圓心到弦 AB 的距離為 4cm，則 AB=＿6＿cm．

二. 探究運用:

1. 趙州橋的主橋拱是圓弧形，它的跨度（弧所對的弦長）為 37.4m，拱高（弧的中點到弦的距離）為 7.2m，你能求出主橋拱的半徑嗎？

解：設OC為x

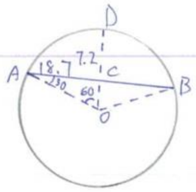
$AC=37.4\div 2=18.7\,m$，$DC=7.2$

$(7.2+x)^2=AC^2+x^2$

$7.2^2+14.4x+x^2=18.7^2+x^2$

$14.4x=18.7^2-7.2^2$

$x=\frac{5957}{288}\,m$



$\therefore OD=DC+OC=7.2+\frac{5957}{288}\approx 27.9\,(m)$

三.小試牛刀:

1. 儲油罐的截面如圖所示，裝入一些油後，若油面寬 AB=600mm，求油的最大深度．

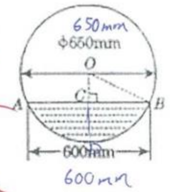
解：$OB=r=325\,mm$

$BC=\frac{1}{2}AB=300\,mm$

$OC=\sqrt{OB^2-BC^2}=125\,mm$

$CD=r-OC=175\,mm$

75



二、教學相片