2015 / 2016 學年教學設計獎勵計劃

指數函數

參選編號：C012

科目：數學

教育階段：高一

簡介

這份教案是教材的第二章第一節，這章包括指數函數、對數函數和冪函數，而指數函數這一章節中包含了指數與指數冪的運算和指數函數及其性質。

學生在初中學習的正整數指數冪的內容已不能足以應付高中的內容，故在課程開始時，利用舊知識引導學生，向學生說明擴充指數範圍的必要性。先將平方根與立方根的概念擴充到n次方根的概念，將二次根式的概念擴充到一般根式的概念，從而進一步介紹分數指數冪及其運算性質，最後，解決一些較為複雜的題目。

而指數函數是高中新引進的第一個基本初等函數，因此先從實際問題入手，利用圖像把指數函數的概念和性質歸納。指數函數是這一章的一大重點。

這份教案涉及的澳門高中數學基本學力要求有：

A-2-7 理解有理數指數的概念。

A-2-8 理解指數的性質，能夠進行指數的運算。

性質 1：$a^m \cdot a^n = a^{m+n}\ (a>0, m, n \in Q)$

性質 2：$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}\ (a>0, m, n \in Q)$

性質 3：$(ab)^n = a^n \cdot b^n\ (a>0, b>0, m, n \in Q)$

A-2-9 瞭解一般根式的概念。

A-2-10 理解根式的性質。

性質 1：$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$，$a \geq 0$。

性質 2：$\sqrt[n]{a^n} = |a|$，n 為偶數；$\sqrt[n]{a^n} = a$，n 為奇數。

A-5-10 結合實例瞭解指數函的際背景，體會是一類重要模 結合實例瞭解指數函的際背景，體會是一類重要模型。

A-5-11 掌握指數函數的概念及其圖像和性質。

目次

教學進度表

課節	課題	課題內容	授課時間	課時
第一課節	指數與指數冪的運算	了解一般根式的概念	2015-11-16	1
第二課節	指數與指數冪的運算	理解指數的運算法則	2015-11-18	1
第三課節	指數與指數冪的運算	解決混合運算的題目	2015-11-19	1
第一課節	指數函數及其性質	理解指數函數的概念	2015-11-23	1
第二課節	指數函數及其性質	掌握指數函數的性質	2015-11-25	1

壹、教學計劃內容簡介

一、教學目標

1. 說出 n 次方根的意義，能運用根式性質化簡根式；
2. 能使用指數冪的運算法則計算相關問題；
3. 能說出指數函數的概念；
4. 可透過繪畫指數函數的圖像指出指數函數的性質；
5. 運用指數函數的單調性比較冪的大小。

二、主要內容

學習 n 次方根的意義；根式符號的含義；有理數指數冪的含義及一些簡單運算；指數函數的概念及性質，且利用性質比較冪的大小。

三、設計創意和特色

透過豐富的練習題，讓學生能夠從題目中找到規律及學習方法；講練兼備且交替出現，讓學生能即時檢視自己是否學會。

四、教學重點

將指數冪運算性質的適用範圍從整數集推廣到實數集的過程；指數函數的概念和意義，以及繪製其圖像。

五、教學難點

根式的概念及其運算 ；非整數指數冪意義的了解。

六、教學用具

三角尺、黑板

七、教學課時

1. 指數與指數冪的運算---3 課時
2. 指數函數及其性質---2 課時

共五課時

貳、教案

課題	2.1.1 指數與指數冪的運算
課時	共＿三＿教時 第＿一＿教時
授課日期	2015/11/16(星期一)
教學目標	1.理解n次方根的意義；
	2.能利用根式的性質化簡根式；
	3.了解分數指數冪的意義。
教學重點	掌握分數指數冪與根式的互化。
教學難點	計算偶數指數冪的題目。
已學知識	正整數指數冪、二次根式。

教學過程

演繹程序	重　　點
引起動機	引入：你還記得嗎？ $x^2 = a$，x叫做a的平方根， 例：± 2是4的平方根； $x^3 = a$，x叫做a的立方根， 例：2是8的立方根。 那麼，$x^4 = a$、$x^5 = a$、…、$x^n = a$呢？該怎樣叫？
教學效果	如果$x^n = a$，那麼x叫做a的n次方根，其中$n > 1$且$n \in N^+$ 當n是奇數時，正數的n次方根是一個正數； 負數的n次方根是一個負數。 這時，a的n次方根用符號$\sqrt[n]{a}$表示， 如：$\sqrt[5]{32} = 2$；$\sqrt[5]{-32} = -2$。 當n是偶數時，正數的n次方根有兩個，這兩個數互為相反數， 正的n次方根與負的n次方根可以合併寫成 $\pm\sqrt[n]{a}\ \ (a > 0)$； 如：$\sqrt[4]{16} = 2$或$-\sqrt[4]{16} = -2$ $\Rightarrow \pm\sqrt[4]{16} = \pm 2$ 負數沒有偶次方根。 0的任何次方根都是0，記作$\sqrt[n]{0} = 0$。 式子$\sqrt[n]{a}$叫做**根式**，n叫做**根指數**，a叫做**被開方數**， **A-2-9** 根據n次方根的意義，可得$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$， 如：$\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$；$\left(\sqrt[5]{-3}\right)^5 = -3$

那麼，$\sqrt[n]{a^n}=a$一定成立嗎？$\sqrt[3]{a^3}=a$、$\sqrt[4]{a^4}=a$呢？
由學生討論發現：當n為奇數時，$\sqrt[n]{a^n}=a$；

當n為偶數時，$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases} a & a\ge 0 \\ -a & a<0 \end{cases}$

A-2-10

教材 P.50
例：求下列各式的值

(1) $\sqrt[3]{(-8)^3}$

解：$\sqrt[3]{(-8)^3}=-8$

(2) $\sqrt{(-10)^2}$

解：$\sqrt{(-10)^2}=|-10|=10$

(3) $\sqrt[4]{(3-\pi)^4}$

解：$\sqrt[4]{(3-\pi)^4}=|3-\pi|=\pi-3$

(4) $\sqrt{(a-b)^2}\quad(a>b)$

解：$\sqrt{(a-b)^2}=|a-b|=a-b$

補充：(5) $\sqrt[5]{a^{10}}\quad(a>0)$

解：$\sqrt[5]{a^{10}}=\sqrt[5]{(a^2)^5}=a^2$

(6) $\sqrt[4]{a^{12}}\quad(a>0)$

解：$\sqrt[4]{a^{12}}=\sqrt[4]{(a^3)^4}=a^3$

發現：$\sqrt[5]{a^{10}}=a^2=a^{\frac{10}{5}}\ (a>0)$

$\sqrt[4]{a^{12}}=a^3=a^{\frac{12}{4}}\ (a>0)$

這就是說，當根式的被開方數的指數能被根指數整除時，根式可以表示為分數指數冪的形式。

那麼，當根式的被開方數的指數不能被根指數整除時，如$\sqrt[3]{a^2}$、$\sqrt[4]{c^5}$，可用分數指數冪形式表示嗎？

$\sqrt[3]{a^2}=a^{\frac{2}{3}}\ (a>0)$

$\sqrt[4]{c^5}=c^{\frac{5}{4}}\ (c>0)$

$\sqrt{b}=b^{\frac{1}{2}}\ (b>0)$

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">
我們對正數的分數指數冪有了以下的規定：
正分數指數冪：$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}\ \left(a>0,m,n\in N^+,n>1\right)$
負分數指數冪：$a^{-\frac{m}{n}}=\dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}\ \left(a>0,m,n\in N^+,n>1\right)$
A-2-7
例：$5^{-\frac{4}{3}}=\dfrac{1}{5^{\frac{4}{3}}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{5^4}}$ 、$a^{-\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{a^{\frac{2}{3}}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^2}}\ \left(a>0\right)$
練習：(1) $5^{\frac{1}{3}}$；(2) $8^{-\frac{3}{2}}$；
(3) $a^{-\frac{4}{5}}$；(4) $\sqrt[5]{2^3}$；
(5) $\sqrt[3]{a^5}$；(6) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$。
</td></tr>
<tr><td>鞏固總結</td><td colspan="2">
總結：如果$x^n=a$，那麼x叫做a的n次方根，其中$n>1$且$n\in N^+$
式子$\sqrt[n]{a}$叫做**根式**，n叫做**根指數**，a叫做**被開方數。**
根據n次方根的意義，可得$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n=a$。
當n為奇數時，$\sqrt[n]{a^n}=a$；
當n為偶數時，$\sqrt[n]{a^n}=\left|a\right|=\begin{cases}a & a\ge 0\\ -a & a<0\end{cases}$。
正分數指數冪：$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}\ \left(a>0,m,n\in N^+,n>1\right)$
負分數指數冪：$a^{-\frac{m}{n}}=\dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}\ \left(a>0,m,n\in N^+,n>1\right)$
</td></tr>
<tr><td>家課佈置</td><td colspan="2">教材 P.54 練習 1. 2.(1)~(6)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">板書設計</td><td rowspan="2">
$x^n=a\quad n>1$且$n\in N^+$　正分數指數冪
x叫做a的n次方根　負分數指數冪
$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n=a$
</td><td>例(1)-(6)</td></tr>
<tr><td>練習(1)-(6)</td></tr>
</table>

課題	2.1.1 指數與指數冪的運算
課時	共__三__教時 第__二__教時
授課日期	2015/11/18(星期三)
教學目標	1. 能說出零指數冪的意義；
	2. 能應用指數冪的運算法則計算。
教學重點	指數冪的運算應用。
教學難點	負數指數冪的運算。
已學知識	整數指數冪、整數指數的運算性質。

教學過程

演繹程序	重　　點
引起動機	回顧：$x^n = a$，那麼 x 叫做 a 的 n 次方根，其中 $n > 1$ 且 $n \in N^+$ 正分數指數冪：$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ $\left(a > 0, m, n \in N^+, n > 1\right)$ 負分數指數冪：$a^{-\frac{m}{n}} = \dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$ $\left(a > 0, m, n \in N^+, n > 1\right)$ 練習：$3^{\frac{2}{3}} =$ ？　$6^{-\frac{1}{2}} =$ ？　$\sqrt{a^3} =$ ？ $0^{\frac{1}{2}} =$ ？　$0^{-\frac{1}{2}} =$ ？
教學效果	發現：0 的正分數指數冪等於 0，0 的負分數指數冪沒有意義。 $0^{\frac{1}{2}} = \sqrt{0} = 0$　$0^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{0}}$ (分母不可為 0) 規定了分數指數冪的意義以後，指數的概念就從整數指數推廣到了有理數指數，但要規定 $a^0 = 1\ (a \neq 0)$，$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}\ (a \neq 0, n \in N^+)$，所以整數指數冪的運算性質對於有理數指數冪也同樣適用。 運算法則：$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (同底數冪相乘，底數不變，指數相加) $\left(ab\right)^n = a^n \cdot b^n$ $\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$ (冪的乘方，底數不變，指數相乘) $(a > 0, m, n \in Q)$ **A-2-8** 教材 P.51 例 2. 求值 (1) $8^{\frac{2}{3}}$；(2) $25^{-\frac{1}{2}}$；(3) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-5}$；(4) $\left(\dfrac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}}$。

解：(1) $8^{\frac{2}{3}} = 2^{3\times\frac{2}{3}} = 2^2 = 4$

(2) $25^{-\frac{1}{2}} = 5^{2\times-\frac{1}{2}} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 2^{-1\times(-5)} = 2^5 = 32$

(4) $\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4\times-\frac{3}{4}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3} = \frac{27}{8}$

教材 P.51

例 3. 用分數指數冪的形式表示下列各式(其中 $a > 0$)。

(1) $a^3 \cdot \sqrt{a}$ ；(2) $a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2}$ ；(3) $\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a}}$.

解：(1) $a^3 \cdot \sqrt{a} = a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{3+\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{2}}$

(2) $a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} = a^3 \cdot a^{\frac{2}{3}} = a^{3+\frac{2}{3}} = a^{\frac{8}{3}}$

(3) $\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a}} = \sqrt{a \cdot a^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{a^{1+\frac{1}{3}}} = \sqrt{a^{\frac{4}{3}}} = a^{\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3}}$

教材 P.54 3.(1)~(4)

練習：3. 計算下列各式：

(1) $\left(\frac{36}{49}\right)^{-\frac{3}{2}}$ ；　(2) $2\sqrt{3}\times\sqrt[3]{1.5}\times\sqrt[6]{12}$ ；

(3) $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{-\frac{1}{8}}$ ；　(4) $2x^{-\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2}x^{\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{2}{3}}\right)$

教材 P.59 1,2

練習：1. 求下列各式的值：

(1) $\sqrt[4]{100^4}$ ；　(2) $\sqrt[5]{(-0.1)^5}$ ；

(3) $\sqrt{(\pi-4)^2}$ ；　(4) $\sqrt[6]{(x-y)^6}$ $(x > y)$

2. 用分數指數冪的形式表示下列各式(其中各式字母均為正數) 。

(1) $\sqrt{\frac{b^3}{a}\sqrt{\frac{a^2}{b^6}}}$ ；　(2) $\sqrt{a^{\frac{1}{2}}\sqrt{a^{\frac{1}{2}}\sqrt{a}}}$ ；(3) $\frac{\sqrt{m}\cdot\sqrt[3]{m}\cdot\sqrt[4]{m}}{\left(\sqrt[6]{m}\right)^5\cdot m^{\frac{1}{4}}}$

鞏固總結

運算法則： $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$(ab)^n = a^n \cdot b^n$

$\left(a^m\right)^n = a^{m\cdot n}$　　$(a > 0, m, n \in Q)$

<table>
<tr><td>家課佈置</td><td colspan="2">練習冊 P.23 6-10

6. 正整數指數冪的運算法則：（ $m, \ n \in \mathbf{N}^*$ ，$a > 0$ ）
（1） $a^m \cdot a^n =$______ ；　（2） $a^m \div a^n =$______ ；
（3） $(a^m)^n =$______ ；
（4） $(ab)^n =$______.　（5） $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n =$_____ （ $b \neq 0$ ）；

7. 用根式的形式表示下列各式：
（1） $a^{\frac{5}{4}} =$________ $(a>0)$ ；（2） $b^{-\frac{7}{2}} =$________ $(b>0)$.

8. 用分數指數冪的形式表示下列各式：
（1） $\sqrt[5]{(a+b)^4} =$________ ；（2） $\sqrt[6]{(m-n)^4} =$_____ $(m-n>0)$.

9. 計算下列各式的值：
（1） $\sqrt[3]{(-9)^3} =$___ ；　（2） $\sqrt[4]{(-9)^4} =$___ ；
（3） $\sqrt[4]{(-9)^2} =$___ ；　（4） $\sqrt[6]{(3-\pi)^6} =$___.
10. 計算下列各式的值：
（1） $8^{\frac{2}{3}} =$___ ；　（2） $36^{\frac{1}{2}} =$___ ；
（3） $27^{\frac{1}{6}} =$___ ；　（4） $25^{-\frac{3}{2}} =$___;
（5） $16^{-\frac{1}{4}} =$___ ；　（6） $\left(\dfrac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} =$___.</td></tr>
<tr><td>板書設計</td><td>$x^n = a \quad n > 1$ 且 $n \in N^+$
x 叫做 a 的 n 次方根
運算法則…</td><td>例 2
例 3
練習</td></tr>
</table>

課題	2.1.1 指數與指數冪的運算
課時	共__三__教時 第__三__教時
授課日期	2015/11/19(星期四)
教學目標	1. 計算混合運算的題目；
	2. 能自己總結計算的步驟。
教學重點	計算混合運算的題目。
教學難點	計算較多部分的題目。
已學知識	指數運算法則。

教學過程

演繹程序	重　　點
引起動機	回顧：運算法則：$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ $(a^m)^n = a^{m\cdot n} \quad (a>0, m, n \in Q)$
教學效果	例 4. 計算： (1) $\left(2a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}}\right)\cdot\left(-6a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}\right)\div\left(-3a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}}\right)$ 解：原式$=[2\times(-6)\div(-3)]\cdot a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}}\cdot b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{5}{6}}$ $=4\cdot a^{\frac{4}{6}+\frac{3}{6}-\frac{1}{6}}\cdot b^{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}-\frac{5}{6}}$ $=4\cdot a\cdot b^0$ $=4a$ 先分類：數字一類、字母一類。 (2) $\left(m^{\frac{1}{4}}\cdot n^{-\frac{3}{8}}\right)^8$ 解：原式$=m^{\frac{1}{4}\times 8}\cdot n^{-\frac{3}{8}\times 8}$ $=m^2\cdot n^{-3}$ $=\frac{m^2}{n^3}$ 答案不出現負指數冪及分數指數冪形式。 例 5. 計算： (1) $\left(\sqrt[3]{25}-\sqrt{125}\right)\div\sqrt[4]{25}$ 解：原式$=\left(\sqrt[3]{5^2}-\sqrt{5^3}\right)\div\sqrt[4]{5^2}$ $=\left(5^{\frac{2}{3}}-5^{\frac{3}{2}}\right)\div 5^{\frac{2}{4}}$ 先化為分數指數冪形式。

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">
$=5^{\frac{2}{3}}\div 5^{\frac{2}{4}}-5^{\frac{3}{2}}\div 5^{\frac{2}{4}}$
$=5^{\frac{2}{3}-\frac{2}{4}}-5^{\frac{3}{2}-\frac{2}{4}}$
$=5^{\frac{1}{6}}-5$
$=\sqrt[6]{5}-5$

教材 P.59 4.
練習：計算下列各式(式中各字母均為正數)。
(1) $a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{3}{4}}a^{\frac{7}{12}}$；　(2) $a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{3}{4}}\div a^{\frac{5}{6}}$；
(3) $\left(x^{\frac{1}{3}}y^{-\frac{3}{4}}\right)^{12}$；　(4) $4a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{3}}\div\left(-\frac{2}{3}a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}\right)$；
(5) $\left(\frac{16s^{2}t^{-6}}{25r^{4}}\right)^{-\frac{3}{2}}$；　(6) $\left(-2x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{3}}\right)\left(3x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}}\right)\left(-4x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{2}{3}}\right)$；
(7) $\left(2x^{\frac{1}{2}}+3y^{-\frac{1}{4}}\right)\left(2x^{\frac{1}{2}}-3y^{-\frac{1}{4}}\right)$；
(8) $4x^{\frac{1}{4}}\left(-3x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{3}}\right)\div\left(-6x^{-\frac{1}{2}}y^{-\frac{2}{3}}\right)$。
</td></tr>
<tr><td>鞏固總結</td><td colspan="2">總結：當進行一些較複雜的運算時，先將其分類，再利用運算法則進行計算，注意最後答案化成沒有小數指數受分數指數。</td></tr>
<tr><td>家課佈置</td><td colspan="2">
練習冊 P.24 15. 16.

15. 把下列根式化成分數指數冪的形式.
(1) $a^{2}\cdot\sqrt[3]{a^{2}}$　(2) $\sqrt[3]{x\cdot\sqrt[4]{x^{3}}}$　(3) $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$

16. 化簡下列各式：
(1) $a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{6}}\div a^{\frac{1}{2}}$　(2) $(x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{3}})^{6}$
(3) $4a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{2}{3}}\div(-\frac{1}{8}a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}})$　(4) $(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}})(-3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}})\div(\frac{1}{4}a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}})$
</td></tr>
<tr><td>板書設計</td><td>運算法則…</td><td>例 4
例 5
練習</td></tr>
</table>

課題	2.1.2 指數函數及其性質
課時	共＿二＿教時 第＿一＿教時
授課日期	2015/11/23(星期一)
教學目標	1. 理解指數函數的概念和意義；
	2. 掌握指數函數的定義域的求法；
	3. 會繪制指數函數的圖像，並根據圖像說明指數函數的性質。
教學重點	利用圖像了解指數函數性質。
教學難點	用數形結合的方法從具體到一般地概括指數函數的性質。
已學知識	二次函數畫圖的技巧。

教學過程

<table>
<tr><th>演繹程序</th><th>重　　點</th></tr>
<tr><td>引起動機</td><td>引入：某種細胞分裂時，由 1 個分裂成 2 個，2 個分裂成 4 個，…
一個這樣的細胞分裂 x 次後，得到的細胞分裂的個數，y 與 x 之間，構成一個函數關係，能寫出 x 與 y 之間的函數關係式嗎？
1，2，4，8，16，……
$y=2^x$
這個函數中，底數是常數，指數是自變量。
A-5-10</td></tr>
<tr><td>教學效果</td><td>一般地，函數 $y=a^x\ (a>0且a\neq 1)$ 叫做指數函數，其中 x 是自變量，函數的定義域為 R。

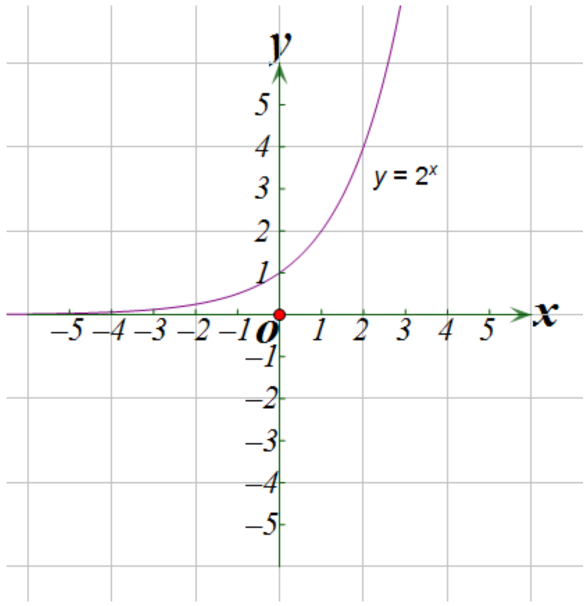
注意：$y=a^x$，a^x 前的系數必為 1；
$a>0$，因為如果為負，開偶次方及 $a=0$ 時，無意義；
$a\neq 1$，因為 1 的任何次方都恆等於，故無必要討論。

練習：判斷下列函數是否為指數函數：
(1) $y=x^{\frac{1}{3}}$；(2) $y=(-3)^x$；(3) $y=-3^x$；
(4) $y=(\pi-3)^x$；(5) $y=\left(\frac{1}{\pi}\right)^x$。

那麼 $y=a^x\ (a>0且a\neq 1)$ 的圖像會是怎樣呢？

先畫 $y=2^x$ 的圖像
教材 P.55
填表：(由學生完成)

<table>
<tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1.5</td><td>-1</td><td>-0.5</td><td>0</td><td>0.5</td><td>1</td><td>1.5</td><td>2</td></tr>
<tr><td>y</td><td>0.25</td><td>0.35</td><td>0.5</td><td>0.71</td><td>1</td><td>1.41</td><td>2</td><td>2.83</td><td>4</td></tr>
</table></td></tr>
</table>



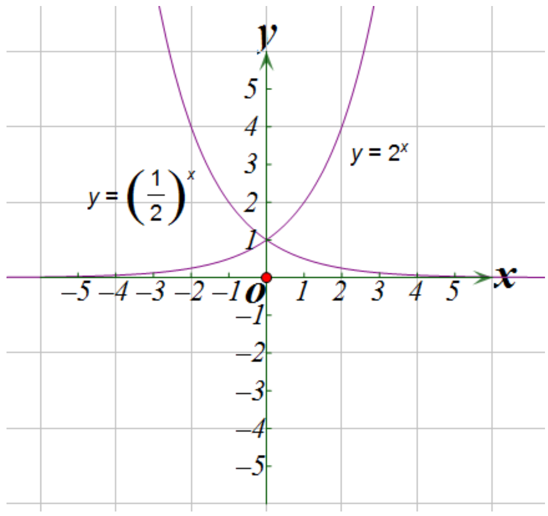
用描點法畫出函數 $y = 2^x$ 的圖像

再畫出函數 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖像．

填表：(由學生完成)

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y	4	2.83	2	1.41	1	0.71	0.5	0.35	0.25

在同一個直角坐標系中，畫出 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖像．

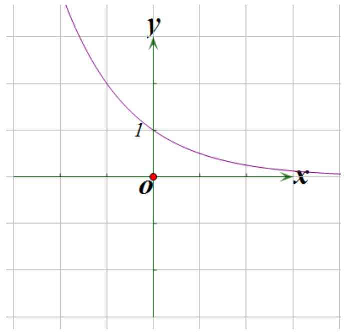
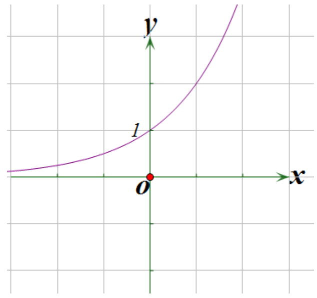


思考：函數 $y = 2^x$ 的圖像與函數 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖像有什麼關係？

發現它們是關於 y 軸對稱．

A-5-11

完成下表：

	$0<a<1$	$a>1$
圖像		
定義域	R	
值域	$(0,+\infty)$	
性質	(1) 過定點$(0,1)$，即$x=0$時，$y=1$	
	(2) 在R上是減函數	(2)在R上是增函數

例：求下列函數的定義域

(1) $y=3^x$；

解：$\{x \mid x\in R\}$

(2) $y=3^{\sqrt{x-2}}$；

解：$x-2\geq 0$

$x\geq 2$

$\therefore \{x \mid x>2\}$

(3) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$

解：$x\neq 0$

$\therefore \{x \mid x\neq 0\}$

(4) $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{|x|}$

解：$\{x \mid x\in R\}$

定義域：(1) 分母不能為零；
(2) 根式內的數需大於等於零。

鞏固總結

總結：函數$y=a^x$ $(a>0且a\neq 1)$叫做指數函數，其中x是自變量，
函數的定義域為R，值域為$(0,+\infty)$.
在求一些函數的定義域時，要注意分母不能為零且根式內的數需大於等於零。

家課佈置

練習冊 P.26 9-11

9. (1) 函數$y=5^{3-x}$定義域＝__________；
函數$y=2^{3x+1}$定義域＝__________；
(2) 函數$y=0.8^{\sqrt{3-x}}$定義域＝__________；
函數$y=0.8^{\sqrt{x-2}}$定義域＝__________；

<table>
<tr><td></td><td colspan="3">

（3） 函數 $y=2^{\frac{1}{3-x}}$ 定義域＝____________；
函數 $y=2^{\frac{1}{8-2x}}$ 定義域＝____________.

10. 在同一平面直角坐標系中畫出下列函數的圖像：
（1） $y=3^x$
（2） $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

11. 函數 $y=3^x$ 與 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 中，
(1)共同特徵：①定義域：________；②值域：________；
③過定點：________.
(2)不同特徵（單調性）：函數 $y=3^x$ 是____函數；函數
$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 是____函數.

</td></tr>
<tr><td>板書設計</td><td>函數
$y=a^x\ (a>0且a\neq 1)$ 叫做指數函數，其中 x 是自變量</td><td>性質表格</td><td>圖像</td></tr>
</table>

課題	2.1.2 指數函數及其性質
課時	共__二__教時 第__二__教時
授課日期	2015/11/25(星期三)
教學目標	1. 掌握指數函數的性質；
	2. 會利用指數函數的單調性比較冪的大小。
教學重點	利用指數函數的單調性比較冪的大小。
教學難點	利用 1(任何數的零次冪)比較不同底數的大小。
已學知識	指數函數性質。

教學過程

演繹程序	重　　點
引起動機	回顧：函數 $y=a^x\ (a>0且a\neq 1)$ 叫做指數函數，其中 x 是自變量， 函數的定義域為 R ，值域為 $(0,+\infty)$ 。
教學效果	教材 P.56 例 6. 已知指數函數 $f(x)=a^x\ (a>0且a\neq 1)$ 的圖像經過點 $(3,\pi)$ ，求 $f(0)$ 、 $f(1)$ 及 $f(-3)$ 的值。 解： $f(x)=a^x$ 經過點 $(3,\pi)$ $\pi=a^3$ $\sqrt[3]{\pi}=\sqrt[3]{a^3}$ $a=\pi^{\frac{1}{3}}$ $\therefore f(x)=\pi^{\frac{1}{3}x}$ $f(0)=\pi^{\frac{1}{3}\times 0}=\pi^0=1$ ； $f(1)=\pi^{\frac{1}{3}\times 1}=\pi^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{\pi}$ ； $f(1)=\pi^{\frac{1}{3}\times(-3)}=\pi^{-1}=\dfrac{1}{\pi}$. 練習：已知指數函數 $f(x)=a^x\ (a>0且a\neq 1)$ 的圖像經過點 $(2,4)$ ， 求 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ 及 $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ 的值。 解： $f(x)=a^x$ 經過點 $(2,4)$ $4=a^2$ $a=2 \quad \because (a>0)$ $\therefore f(x)=2^x$

	$f\left(\frac{1}{2}\right)=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$ ； $f\left(-\frac{1}{2}\right)=2^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 例 7. 比較下列各題中兩個值的大小 (1) $1.7^{2.5}$ ，1.7^{3} ；　　(2) $0.8^{-0.1}$ ，$0.8^{-0.2}$ ； (3) $1.7^{0.3}$ ，$0.9^{3.1}$ 解：(1) $\because 1.7>1$ $\therefore y=1.7^{x}$ 在 R 上是增函數 $\because 2.5<3$ $\therefore 1.7^{2.5}<1.7^{3}$ (2) $\because 0<0.8<1$ $\therefore y=0.8^{x}$ 在 R 上是減函數 $\because -0.1<-0.2$ $\therefore 0.8^{-0.1}<0.8^{-0.2}$ (3) $\because 1.7^{0.3}>1.7^{0}=1$ $0.9^{3.1}<0.9^{0}=1$ $\because 1.7^{0.3}>1>0.9^{3.1}$ 練習：(4) $3.7^{-1.2}$ ，3.7^{-3} ； (5) $0.4^{2.4}$ ，$0.4^{2.6}$ ； (6) 1.5^{3} ，$0.3^{0.15}$. 後備練習：P.59 7.(1) ~(4) 8.(1) ~(4)
鞏固總結	比較大小：先觀察 a 的大小，從而判斷增減性。 $0<a<1$ ：在 R 上是減函數； $a>1$ ：在 R 上是增函數。
家課佈置	練習冊 P.27 14-16 14. 比下列各組數的大小. (1) 2.1^{3}, $2.1^{3.2}$ ；(2) $1.1^{0.2}$, $1.1^{-0.2}$ ；(3) $0.31^{0.31}$, $0.31^{0.13}$ ； (4) $0.2^{-1.1}$, $0.2^{-1.5}$ ；(5) $3.1^{0.2}$, $0.2^{3.1}$ ； 15. 已知指數函數 $y=f(x)$ 的圖像經過點 $(3,\ 8)$ ，求： (1) a 的值；(2) 寫出函數的解析式；(3) $f(-2)$ 的值.

	16. 已知指數函數 $y = f(x)$ 的圖像經過點 $(2, \frac{1}{9})$，求 $f(2) \cdot f(9)$ 的值.	
板書設計	指數函數 $y = a^x$ $(a > 0$且$a \neq 1)$ 其中 x 是自變量	例 6 練習 例 7 練習

叁、試教評估

在平方根、立方根過渡到 n 次方根中，學生大都能明白，但當 n 次方根 ($\sqrt[n]{a^n}$)中 n 為偶數時，學生容易把答案直接寫成 a ，跳過 $|a|$ 的步驟，忽略了負數的可能性。

學生在之前已學過的正整數指數冪基礎上，學習非整數指數冪明顯未能完全接受，特別在計算負數指數冪時，未能搞清其意義，如：學生可以接受 $a^{-1}=\dfrac{1}{a}$ ，但若變成 a^{-n} ，學生就會寫成 $a^{-n}=\dfrac{n}{a}$ ，誤解了 n 的位置，把概念混淆了。學生在進行分數指數冪轉換時，開頭時容易忽略 $\sqrt{a}$ 中的 2 次根式，會不懂得轉換，但若 $\sqrt[3]{a^2}$ 就會懂得把它變換 $a^{\frac{2}{3}}$ 了。經過指數與指數冪的運算的第二、三課節大量練習後，學生慢慢掌握解題技巧，能成功獨自解決一些較複雜的題目，雖然仍有少部分學生需要在老師協助下才能解題。

在學習指數函數時，加入了比較切合學生的實際生活的題目，讓學生體會具體到一般的過程，共同歸納出指數函數的概念，顯然學生比較接受這類型的方法且更讓學生印象深刻。而在透過繪製指數函數圖像，探索指數函數性質時，學生利用圖像說出指數函數的單調性和特殊點，過程中較為順利，普遍學生都能做到，這對之後的做練習題起了很大的作用。

肆、反思與建議

在這章節的教學過程中，經常用問題引導學生總結或歸納其中的概念和性質，但有時問題未能全面，未能全部符合實際生活，切合學生本身，故學生未能代入其中，需要利用更多生活上的問題引導學生。

學生在偶次方根上容易犯錯，在說明時要多加留意，可利用平方根的練習加強帶入，之後再變為 4 次方根，最後才轉換成 n 次方根，從具體轉換成一般，希望學生能減少錯誤。在指數與指數冪的運算的第二、三課時，練習題太多也會有不能逐一講解的時候出現，能力較差的學生容易來不及做，或者做不完，更有時學生覺得題量太多，乾脆不做了。在下次教學時，可嘗試分組活動，讓成績較好的學生與進度較慢的學生一組，讓成績較好的學生教導進度較慢的學生，這可讓進度較慢的學生提升進度及得到及時的輔導，也能讓成績較好的學生練習多一次，比只是老師輔導學生更能達到效果，因為老師面對數多個進度較慢的學生會應接不暇，而一課堂的時間也未能輔導全部的學生，以導致有些學生未能得到適當的教導，放棄做題。

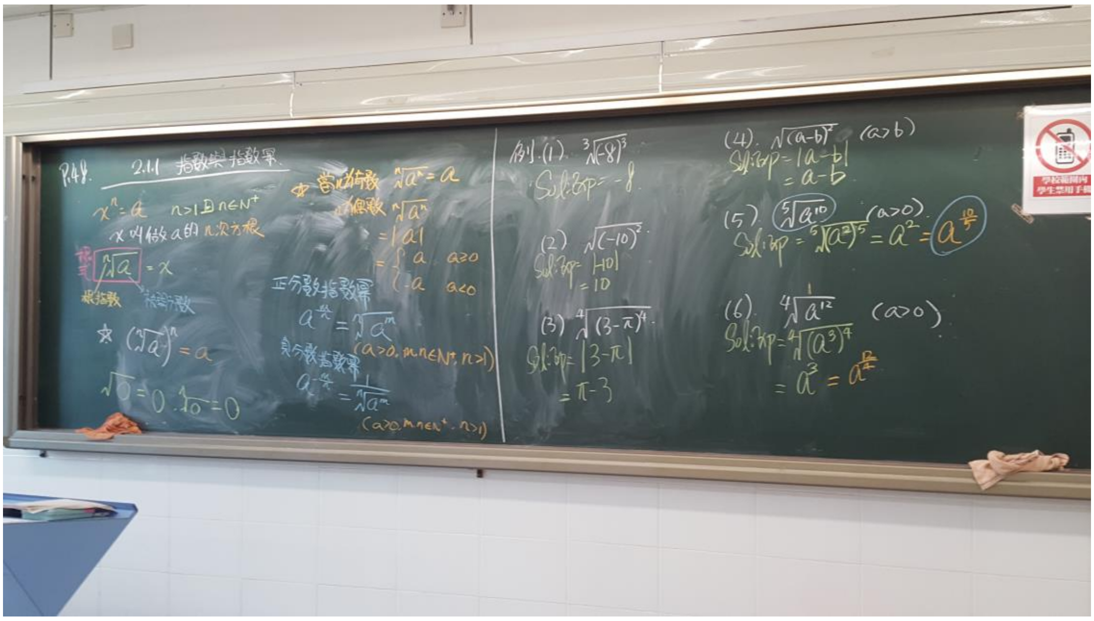
而在繪製指數函數圖像時，用三角尺在黑板上繪畫，較浪費課堂時間，也是最困難的地方，因為如果讓學生自己畫圖，可能會使用一整堂時間，如果只讓學生看著老師畫圖，在畫圖的過程中，學生會容易分神，之後就難集中精神。下一次教學時，可利用電腦事前繪製，在課堂上播放給學生看，較容易比較兩個圖像 $(a>1, 0<a<1)$，從中歸納出指數函數圖像的性質，或可利用一些繪圖工具，在課堂上展示不同底數的圖像，更能令學生深刻體會指數函數概念和性質。

參考文獻

人民教育出版社（2007）。*普通高中課程標準實驗教科書 數學必修 1A 教師教學用書*。北京市：人民教育出版社。

附錄

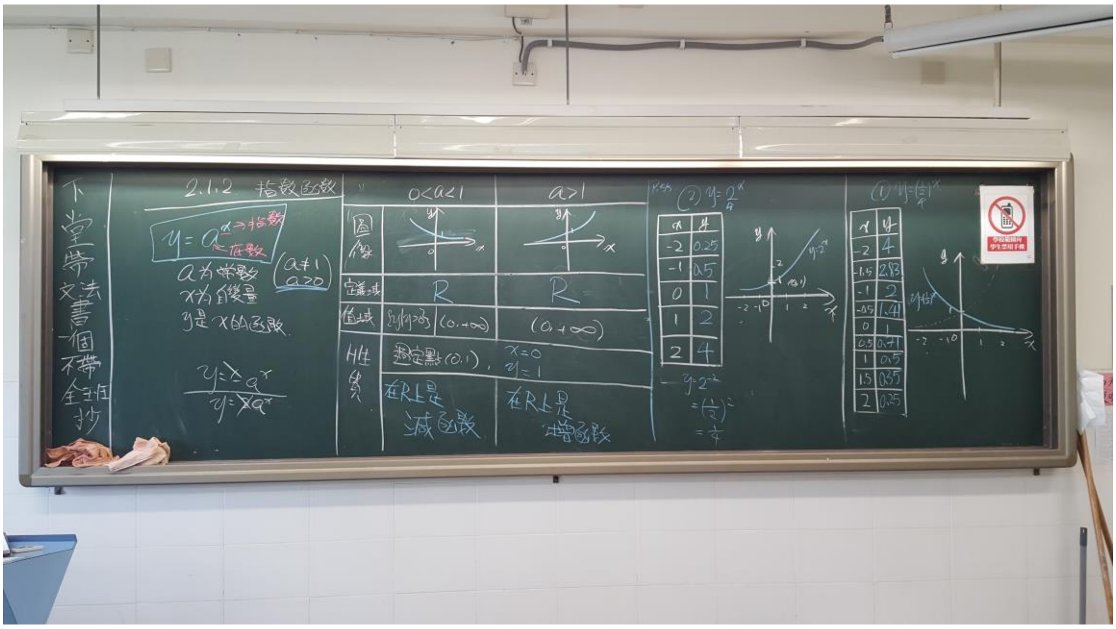
一、教學相片



2.1.1 指數與指數冪的運算的第一課時

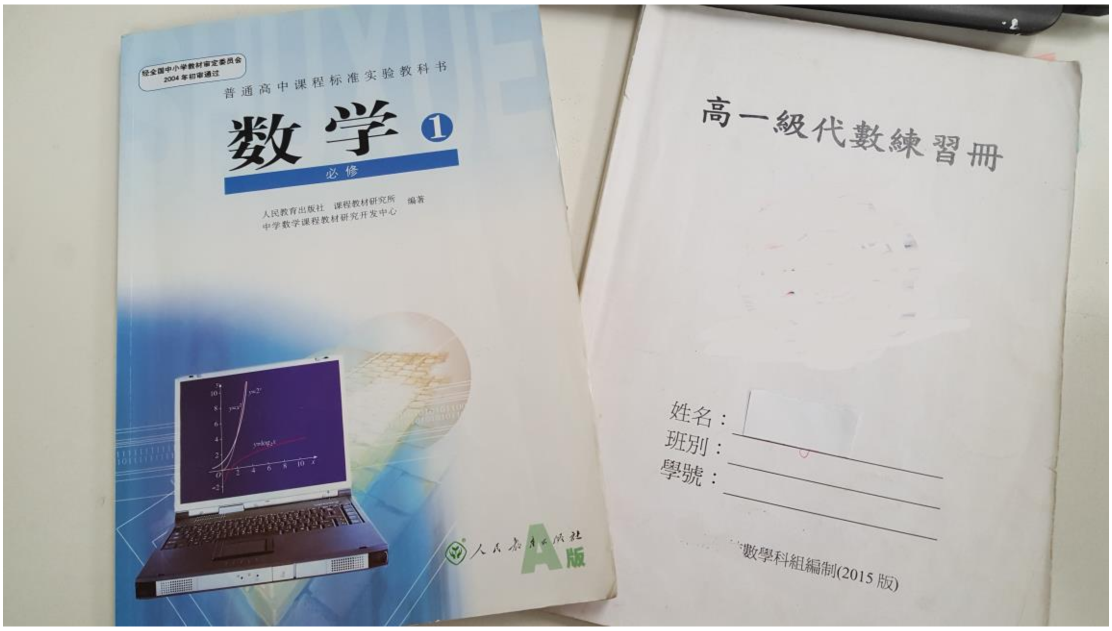
學生做練習的情況

學生上前做練習

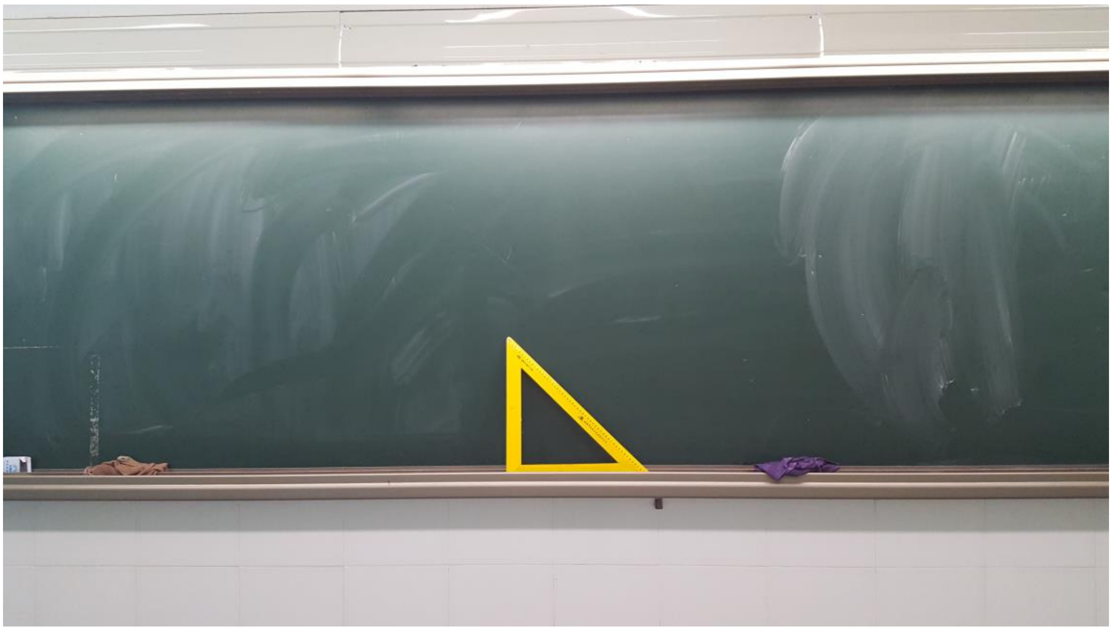


2.1.2 指數函數及其性質的第一課時

二、教材和教具圖片



教材：人民教育出版社--普通高中課程標準實驗教科書 數學必修 1
　　　校本部數學科組編制--高一級代數練習冊



教具：三角尺