

2013-2014 學年教學設計獎勵計劃
冪、指、對函數

參選編號: C015

學科名稱: 數學

適合年級: 高中一年級



目錄

目錄.....	1
簡介.....	2
壹、教學計劃內容與說明.....	3
貳、教案.....	6
概述.....	6
一、冪函數.....	7
二、指數函數.....	22
三、對數函數.....	39
參、試教評估.....	53
肆、反思與建議.....	53
伍、投影片.....	54
一. 冪函數 POWERPOINT.....	54
二. 指數函數 POWERPOINT.....	54
三. 對數函數 POWERPOINT.....	54

簡介

本單元內容是中學階段代數領域的內容,學生在初中學習了數的開平、開立方以及二次根式的概念,又學習了正整數指數冪、零指數冪、負整數指數冪的概念,以及整數指數冪的運算法則,有了這些知識作準備,為學生對數和函數的認識作加深加廣的拓展.

通過本章學習,使學生掌握冪函數、指數函數和對數函數的概念與基本性質,了解指數函數和對數函數的實際背景和實際應用,體會建立和研究一個函數基本的過程和方法,同時學會根據實際情況,運用函數建立適合的數學模型,解決一些實際問題.

本部分內容安排在高中一年級第二學段,這部分內容的具體目標是:在熟悉的生活情境中,瞭解冪、指、對函數的意義,學會用數學模型表示和研究一些日常生活中的問題,例如:利息和細胞分裂等,也加入了一些其他學科的應用,例如:生物科,物理科等,讓學生在更多的實際應用中得到啓發和實踐,培養學生求實創新的精神,並為今後進一步學習微積分等打下基礎.



壹、教學計劃內容與說明

A. 【參選編號】	C015
B. 【學科名稱】	數學
C. 【單元名稱】	冪、指、對函數
D. 【教學對象】	高中一年級
E. 【學生人數】	45-55 人
F. 【教學節數及施教日期】	<p>第 1 部分 冪函數部分 共 3 個課時</p> <p>第 2 部分 指數函數部分 共 3 個課時</p> <p>第 3 部分 對數函數部分 共 3 個課時</p> <p>共 9 課時,每節 40 分鐘</p> <p>2013 年 11 月 4 日-2013 年 11 月 23 日</p>
G. 【教學目標】	<ol style="list-style-type: none"> 1.通過日常生活的例子引入,提高學習冪、指、對函數的興趣同時了加深冪、指、對函數的內涵的理解; 2.通過對冪、指、對函數的研究、理解,掌握冪、指、對函數的圖像與性質,並學會研究函數的一般方法; 3.滲透分類討論、數形結合的數學思想及類比,聯想的學習方法,提高歸納與概括的能力; 4.體會從特殊到一般,抽象到具體的思維過程; 5.培養積極思考,通過自立探索獲取新知的學習習慣性和科學嚴謹的學習態度.
H. 【教材架構】	<p>第 1 部分 冪函數部分</p> <p style="padding-left: 2em;">冪函數的定義</p> <p style="padding-left: 2em;">冪函數的性質</p> <p style="padding-left: 2em;">冪函數的綜合練習及其應用</p> <p>第 2 部分 指數函數部分</p>

	<p>指數函數的定義</p> <p>指數函數的性質</p> <p>指數函數的綜合練習及其應用</p> <p>第3部分 對數函數部分</p> <p>對數函數的定義</p> <p>對數函數的性質</p> <p>對數函數的綜合練習及其應用</p>
I. 【教學重點】	<p>1.熟練冪、指、對函數的定義,圖像與基本性質;</p> <p>2.利用數形結合,掌握探索和研究函數的分類和一般方法;</p> <p>3.懂得分析實際問題,並在實際問題中提煉出數學知識,學會冪、指、對函數在實際問題中的應用.</p>
J. 【教學重點】	<p>1.學會對不同的冪、指、對函數圖像的共性的歸納;</p> <p>2.深化和拓展冪、指、對函數之間的內化關係;</p> <p>3.掌握數形結合,並作合理和適當的聯想和推導;</p> <p>4.了解和認識運用冪、指、對函數解決實際問題.</p>
K. 【設計創意和特色】	<p>以啟發性教學原則,體現以教師為主導,學生為主體的教學思想,深化課堂教學效果,主要的教法為:</p> <p>1.”問題式”引入</p> <p>關注學生知識的形成過程,通過熟悉的生活例子,引起學生的興趣,思考和自主學習,改善和完備學生的學習方式,增加其學習的效能.</p> <p>2.培養學生科學思維</p> <p>利用數學內容的內在聯繫,提高學生對數學的整體認識水平,特別地,在教學過程中,強調類比,推廣,特殊</p>

	<p>化,具體到抽象,分類和歸納等思想方法,使學生體會數學探究活動的基本規律.</p> <p>3.”數形結合”</p> <p>讓學生學會通過研究函數圖像與基本性質,進行數學推理和探究,推求新的事實和論證猜想,從而發展學生認識事物的”數”,”形”屬性和規律,建立邏輯思維的關係和處理的習慣,並能夠有條理地,符合邏輯地進行思考,推理和表達,交流.</p> <p>4.多媒體輔助教學</p> <p>課堂中借助多媒體教學手段引導學生理解本學年的教學內容,使問題變得直觀,易於突破難點.</p> <p>“觀察”遵循了從具體到抽象的認識規律,為抽象概括奠定了基礎.</p> <p>5.”啓發式”教學</p> <p>通過教師的演示或生活中的例子,教師耐心引導、分析、講解和提問,讓學生充分討論、交流、合作並總結,讓學生在觀察和實踐中發現問題、解決問題.</p> <p>6.”活動式”教學</p> <p>通過在教學過程中,通過學生的主體活動了解知識與知識間的聯繫,知識與實際生活間的聯繫,並在課堂上和課後的延伸進行開放性的探討和研究,啓發學生手動和思考的能力.</p>
L. 【教學用具】	<p>主要教學用具:教材,工作紙,多媒體輔助教學:如POWERPOINT,幾何畫板等,三角尺</p>

貳、教案

概述

通過本意學習,使學生掌握幾種冪函數,體會建立和研究一個函數的基本過程和方法,讓學生了解指數函數、對數函數的實際背景,理解指數函數、對數函數的概念和基本性質,同時會運用它們解決一些實際問題,並為今後進一步學習微積分等打下基礎.

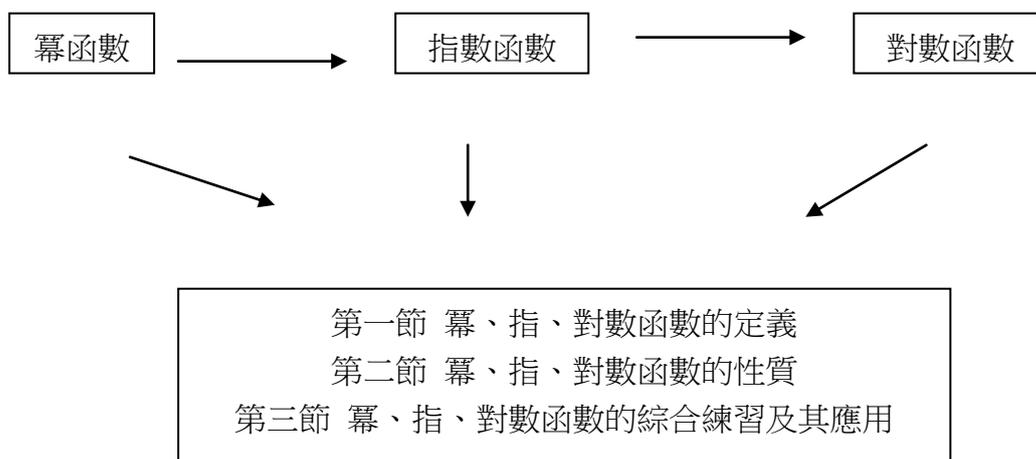
本章共分三個部分:第1部分冪函數部分;第2部分指數函數部分;第3部分對數函數部分,每一個部分從其定義,性質,綜合練習及其應用共三節.

冪函數是實際問題中常見的一類函數,這裡通過幾個基本的冪函數的圖像歸納出冪函數的基本性質.

指數函數是高一新引進的基本初等函數,因此,我們先給出了指數函數實際背景,指數函數也是本章的重點內容之一.然後,對指數函數的建立、指數函數的圖像的繪製、指數函數的基本性質和指數函數的初步應用作了完整的介紹,讓學生建立和研究一個具體函數的方法有了比較完整的認識.

我們從具體問題引入對數函數,並強調對數和指數之間的關係,以及指數運算與對數運算的互逆關係,有利於學生學習時發現和論證對數的運算性質,同時加強了對數的實際應用與數學文化背景.

流程圖:



一、冪函數

第一節 冪函數的定義

學生	高一級	時間	40 分鐘
課題	第一節 冪函數的定義		
【教學內容】	<p>1.通過日常生活的例子引入,提高學習冪函數的興趣同時了加深冪函數的內涵的理解;</p> <p>2.由具體的例子的圖像引導學生學習與發現冪函數的共性特徵,並滲透數形結合的數學思想;</p> <p>3.培養歸納和概括能力,並進一步體會和掌握研究基本初等函數的一般思路與方法.</p>		
【教學目標】	<p>1.通過對冪函數的研究、理解,掌握冪函數的圖像與性質,並學會研究冪函數的一般方法;</p> <p>2.滲透分類討論、數形結合的數學思想及類比,聯想的學習方法,提高歸納與概括的能力;</p> <p>3.培養積極思考,通過自立探索獲取新知的學習習慣性和科學嚴謹的學習態度;</p> <p>4.體會從特殊到一般,抽象到具體的思維過程.</p>		
【教學重點】	<p>1.熟練冪函數在第一象限的圖像與性質;</p> <p>2.掌握研究冪函數的分類和一般方法.</p>		
【教學難點】	1.學會對不同的冪函數圖像的共性的歸納.		
【教學用具】	人教版數學 1,powerpoint,幾何畫板,工作紙.		
教學過程	教學活動	設計意圖	

<p>一.設置情境,感受生活中的數學</p>	<p>一. 設置情境,問題引入:</p> <p>1.問題:有一對夫妻今年家里要添一名新的成員,剛好澳門政府現金分享 9000 元,然後,他們希望把錢存起來作為小孩的高中讀書基金,而高一的學費為 15000 元,所以拿到銀行,用複利的方式以年利率為 2.5%存起來.請問:當小孩 15 歲時,這個讀書基金足夠嗎?</p> <p>(解析:複利是一種計算利息的方法,即把前一期的利息和本金加在一起做本金,再計算下一期的本利和.)</p> <p>2.合作交流:</p> <p>【請同學們 2 人一組,為這對小夫妻想一想?】</p> <p>3.分析並解決問題</p> <p>【請一組同學先回答當小孩 1 歲時,這份基金有多少元?】</p> <p>答:當小孩1歲時,這份基金有: $y = 9000 + 9000 \times 2.5\% = 9000 \times (1 + 2.5\%) = 9225(\text{元})$</p> <p>【再請一組同學先回答當小孩 2 歲時,這份基金有多少元?】</p> <p>答:當小孩2歲時,這份基金有: $y = 9225 + 9225 \times 2.5\% = 9225 \times (1 + 2.5\%)$ $= 9000 \times (1 + 2.5\%)^2 \approx 9457(\text{元})$</p>	<p>1.根據學生已有的生活經驗,從現實中提煉出數學知識</p> <p>2.情境導入有利於學生對冪函數產生學習的興趣和求知欲望,促使學生主動地去探索和解決問題.</p> <p>3.鼓勵學生討論合作,積極動手解決</p>
------------------------	---	---

夠交學費了嗎?



	<p>【再請一組同學先回答當小孩 15 歲時,這份基金有多少元?】</p> <p>答:當小孩15歲時,這份基金有: $y = 9000 \times (1 + 2.5\%)^{15} \approx 13035(\text{元})$</p> <p>【這時,這筆基金能足夠解決小夫妻的問題嗎?】</p> <p>全體同學答:不能</p> <p>4.問題深入研究</p> <p>【那麼,你們認為小夫妻應該怎樣做呢?】</p> <p>同學一: 存多點錢</p> <p>同學二: 存時間久一點</p> <p>同學三: 找一間利率更高的銀行</p> <p>...</p> <p>【感謝大家的方法,小夫妻最後決定找一家利率更高的銀行,發現內地存款年利率 4%,那麼按這個利率,小孩 15 歲時,這份基金有多少元呢?請同學們 2 人一組為這一小夫妻想一想】</p> <p>答:當利率增加到4%時,當小孩15歲時,這份基金有: $y = 9000 \times (1 + 4\%)^{15} \approx 16208(\text{元})$</p> <p>【感謝大家的幫忙,小夫妻終於不用擔心了.】</p>	<p>問題,從而建立善于思考,樂于動手,並懂得和別人交流合作的良好學習習慣.</p> <p>4.引導學生,當遇到困難時,找出問題的原因,積極尋找新的方法或改善原來的的方法.</p>
<p>二.情境引入,</p>	<p>二. 從現實問題中提煉出數學知識,並有系統地形成</p>	<p>5.從實際</p>

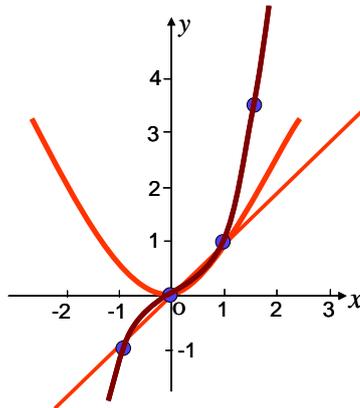


<p>知識形成</p>	<p>知識框架</p> <p>【我們從剛剛的例子中發現,當利率變為 x 時,本利和的關係式為 $y = 9000 \times (1+x)^{15}$,由這樣的式子中,我們化簡一類更為常用,更為簡單的式子 $y = x^\alpha$.】</p> <p>1. 冪函數的定義:</p> <p>一般地,函數 $y = x^\alpha$ 叫做冪函數,其中 x 是自變量, α 是常數, $\alpha \in R$.</p> <p>2. 加強定義的理解</p> <p>練習 1: 判斷下列函數是否為冪函數</p> <p>(1) $y = \frac{1}{x^2}$  (2) $y = 2x^2$ </p> <p>(3) $y = 2^x$  (4) $y = \frac{2}{x}$ </p> <p>(5) $y = x^2 + 2$  (6) $y = -x^3$ </p> <p>練習 2: 已知冪函數的圖像過點 $(3, \sqrt{3})$, 試求出此函數的解析式.</p> <p>解: 設 $f(x) = x^\alpha$,</p> <p>由題意得, $\sqrt{3} = 3^\alpha$</p> $\therefore \alpha = \frac{1}{2}$ <p>\therefore 此函數的解析式為 $y = x^{\frac{1}{2}}$</p>	<p>生活中提煉出常用的,值得研究的數學知識,有助學生對知識的形成和引起學生的興趣.</p> <p>6. 給出定義,並加強學生對定義的理解,學會思辯的思維方法.</p>
<p>三. 數型結合, 加強知識的內涵</p>	<p>三. 學會分類畫出冪函數的圖像,並理解知識的內涵.</p> <p>1. 畫出下列冪函數的圖像並觀察這些函數有什么共同的性質?</p>	<p>7. 數型結合,加強知識內涵的認識.</p>

 $y = x$

 $y = x^2$

 $y = x^3$



共同的性質:

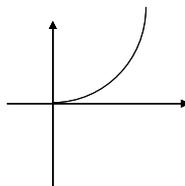
a. 圖像都過(0,0),(1,1)

b. 在第一象限內, 函數值隨 x 的增大而增大, 即在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函數

2. 猜想 $y = x^4, y = x^5, y = x^{10}, y = x^{\frac{3}{2}}, y = x^{\frac{4}{3}}$ 的圖像?

【利用幾何書板呈現各函數圖像並總結規律】

軟件: 幾何畫板



結論:

1. 當 $\alpha > 1$ 時, 圖像過原點, 呈現"拋物線"型的弧, 在第一象限呈上升的趨勢.

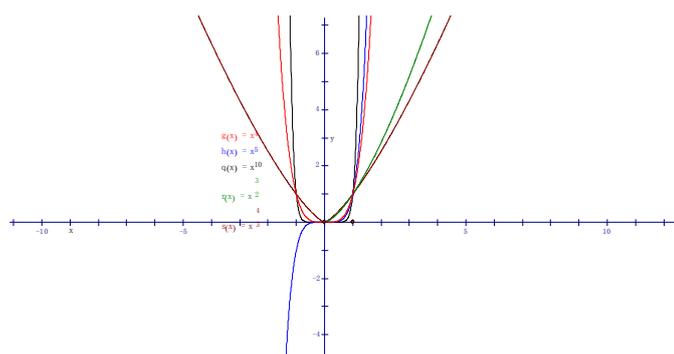
2. 作圖的步驟:

(1) 先作第一象限的圖像,

(2) 從函數得其定義域和值域, 得到圖像所分布的象限,

(3) 從函數的奇偶性, 得到圖像的對稱性.

$y = x^4, y = x^5, y = x^{10}, y = x^{\frac{3}{2}}, y = x^{\frac{4}{3}}$ 的圖像



8. 學會總結知識, 更有效和準確地認識幕函數.

2014
練習3: 作 $y = x^{2013}$ 的簡圖.

步驟:

第一步: 先作其在第一象限的圖像;

第二步: 判斷其定義域為 R , 值域為 $[0, +\infty)$;

因此, 圖像經過 $(0,0), (1,1)$ 並在第一, 二象限內;

第三步: 判斷函數為偶函數,

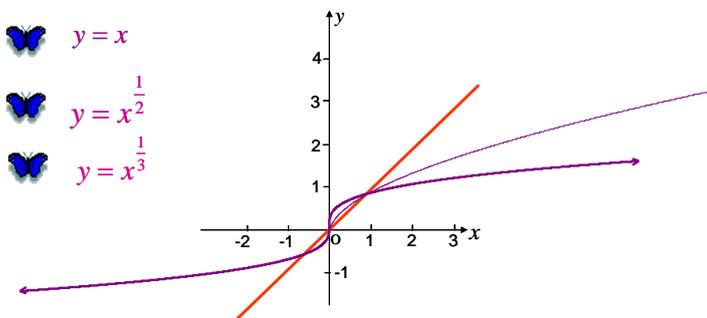
因此, 關於 y 軸對稱.

3. 畫出下列冪函數的圖像並觀察這些函數有什么共同的性質?

🦋 $y = x$

🦋 $y = x^2$

🦋 $y = x^3$



共同的性質

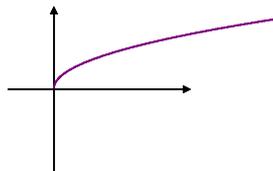
a. 圖像都過 $(0,0), (1,1)$

b. 在第一象限內, 函數值隨 x 的增大而增大, 即在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函數

4 猜想 $y = x^{\frac{1}{4}}, y = x^{\frac{1}{5}}, y = x^{\frac{1}{10}}, y = x^{\frac{2}{3}}, y = x^{\frac{3}{4}}, y = x^{\frac{3}{5}}$ 的圖像?

【利用幾何書板呈現各函數圖像並總結規律】

軟件: 幾何畫板



9. 掌握分類的方
法和重要
性, 從而
建立知識
的基本框
架.

結論：

1.當 $0 < \alpha < 1$ 時,圖像過原點,呈現"拋物線"型的弧,在第一象限呈上升的趨勢.

2.作圖的步驟：

(1)先作第一象限的圖像,

(2)從函數得其定義域和值域,得到圖像所分布的象限,

(3)從函數的奇偶性,得到圖像的對稱性.

練習4: 作 $y = x^{2014}$ 的簡圖.

5.畫出下列冪函數的圖像並觀察這些函數有什么共同的性質?

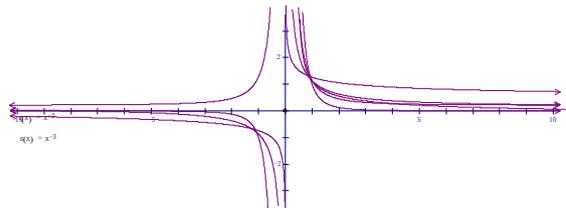
 $y = x^{-1}$

 $y = x^{-2}$

 $y = x^{-3}$

 $y = x^{\frac{1}{2}}$

 $y = x^{\frac{1}{3}}$



共同的性質

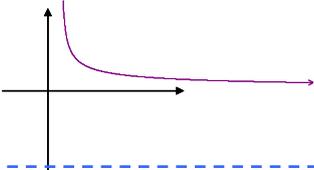
a.圖像都過(1,1)

b.在第一象限內,函數值隨 x 的增大而減小,即在上是減函數

c.在第一象限內,圖像向上與 y 軸無限接近,向右與 x 軸無限接近

6.猜想 $y = x^{-4}$, $y = x^{-5}$, $y = x^{-10}$, $y = x^{\frac{2}{3}}$, $y = x^{\frac{3}{4}}$,
 $y = x^{\frac{3}{5}}$ 的圖像?

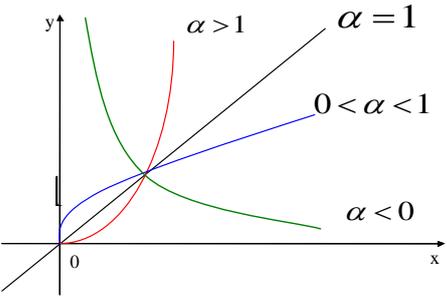
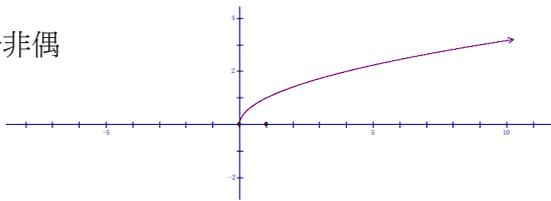
【利用几何書板呈現各函數圖像並總結規律】

	<p>軟件:幾何畫板</p>  <p>結論:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.當 $\alpha < 0$時,圖像不過原點,呈現"雙曲線"型的弧,和坐標軸不相交,在第一象限呈下降的趨勢. 2.作圖的步驟: <ol style="list-style-type: none"> (1)先作第一象限的圖像, (2)從函數得其定義域和值域,得到圖像所分布的象限, (3)從函數的奇偶性,得到圖像的對稱性. <p>練習5:作$y = x^{-\frac{2013}{2014}}$的簡圖.</p>																																					
<p>四.鞏固練習, 深化認識</p>	<p>四.鞏固練習,深化認識</p> <p>1.冪函數的性質(練習)</p> <table border="1" data-bbox="472 969 1187 1406"> <thead> <tr> <th></th> <th>$y = x$</th> <th>$y = x^2$</th> <th>$y = x^3$</th> <th>$y = x^{\frac{1}{2}}$</th> <th>$y = x^{-1}$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>定义域</td> <td>R</td> <td>R</td> <td>R</td> <td>$[0, +\infty)$</td> <td>$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$</td> </tr> <tr> <td>值域</td> <td>R</td> <td>$[0, +\infty)$</td> <td>R</td> <td>$[0, +\infty)$</td> <td>$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$</td> </tr> <tr> <td>奇偶性</td> <td>奇函数</td> <td>偶函数</td> <td>奇函数</td> <td>非奇非偶函数</td> <td>奇函数</td> </tr> <tr> <td>单调性</td> <td>单调递增</td> <td>$(-\infty, 0)$为减函数 $(0, +\infty)$为增函数</td> <td>单调递增</td> <td>$[0, +\infty)$上是增函数</td> <td>$(-\infty, 0)$为减函数 $(0, +\infty)$为减函数</td> </tr> <tr> <td>公共点</td> <td colspan="5" style="text-align: center;">(1,1)</td> </tr> </tbody> </table> <p>2.綜合練習: 如果函數 $f(x) = (m^2 - m - 1)x^{m^2 - 2m - 1}$ 是冪函數,且在區間$(0, +\infty)$內是減函數,求滿足條件的實數 m 的集合.</p> <p>答: $m=2$. (捨去 $m=-1$)</p>		$y = x$	$y = x^2$	$y = x^3$	$y = x^{\frac{1}{2}}$	$y = x^{-1}$	定义域	R	R	R	$[0, +\infty)$	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$	值域	R	$[0, +\infty)$	R	$[0, +\infty)$	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$	奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数	非奇非偶函数	奇函数	单调性	单调递增	$(-\infty, 0)$ 为减函数 $(0, +\infty)$ 为增函数	单调递增	$[0, +\infty)$ 上是增函数	$(-\infty, 0)$ 为减函数 $(0, +\infty)$ 为减函数	公共点	(1,1)					<p>10.通過練習既鞏固了冪函數的認識,又培養學生的數感.</p>
	$y = x$	$y = x^2$	$y = x^3$	$y = x^{\frac{1}{2}}$	$y = x^{-1}$																																	
定义域	R	R	R	$[0, +\infty)$	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$																																	
值域	R	$[0, +\infty)$	R	$[0, +\infty)$	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$																																	
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数	非奇非偶函数	奇函数																																	
单调性	单调递增	$(-\infty, 0)$ 为减函数 $(0, +\infty)$ 为增函数	单调递增	$[0, +\infty)$ 上是增函数	$(-\infty, 0)$ 为减函数 $(0, +\infty)$ 为减函数																																	
公共点	(1,1)																																					
<p>五.課堂總結, 建立知識系統.</p>	<p>五.課堂總結</p> <p>【請同學總結今天的內容】</p>	<p>11.讓學生總結所學的內</p>																																				

	<p>冪函數口訣:</p> <p>如何分析冪函數,記住圖像是關鍵;</p> <p>雖然指數各不同,分類之後變簡單;</p> <p>大於 0 時拋物綫,小於 0 時雙曲綫;</p> <p>還有 0 到 1 之間,拋物開口方向變;</p> <p>不僅開口向右方,而且圖像少半邊;</p> <p>函數奇偶看指數,奇母奇子奇函數;</p> <p>奇母偶子偶函數,偶母非奇非偶性.</p>	<p>容,並找</p> <p>知識的規</p> <p>律,由淺</p> <p>入深,作</p> <p>適當的分</p> <p>類和聯</p> <p>想,為以</p> <p>後的學習</p> <p>作基礎.</p>
六.課後作業	數學 I: P173: 1,2,3	12.適量的功課使學生活學活用,鞏固知識.

第二節 冪函數的性質

學生	高一級	時間	40 分鐘
課題	第二節 冪函數的性質		
【教學內容】	<p>1.掌握並熟練數形結合,這種數學中常用的思想方法;</p> <p>2.在應用的過程中進一步理解冪函數的定義和基本性質;</p> <p>3.培養對知識進行歸納概括,體會等價轉化思想在數學中的作用.</p>		
【教學目標】	<p>1.加強冪函數的基本性質和圖像的理解;</p> <p>2.掌握數形結合的方法,了解冪函數之間的特徵;</p> <p>3.體會從特殊到一般,抽象到具體的思維過程.</p>		
【教學重點】	1.學會冪函數在第一象限的圖像與性質;		

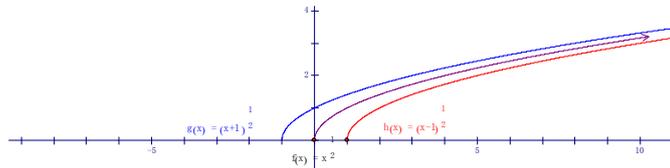
	2.利用數形結合,掌握研究冪函數的分類和一般方法.	
【教學難點】	1.學會對不同的冪函數圖像的共性的歸納; 2.深化冪函數之間的內化關係.	
【教學用具】	人教版數學 1,powerpoint,幾何畫板,工作紙.	
教學過程	教學活動	設計意圖
一.溫故知新, 導入新課	<p>一.溫故知新,導入新課</p> <p>【請同學回答冪函數的定義和圖像步驟分別是什麼?】</p> <p>1.定義: 一般地,函數$y = x^{\alpha}$叫做冪函數,其中x是自變量,α是常數,$\alpha \in R$.</p> <p>2.圖像</p>  <p>作圖的步驟: (1)先作第一象限的圖像, (2)從函數得其定義域和值域,得到圖像所分布的象限, (3)從函數的奇偶性,得到圖像的對稱性.</p>	1.以問題型式幫助學生回憶冪函數的定義和圖像,為新課打下基礎.
二. 例題講解	<p>二. 例題講解,鞏固練習</p> <p>例1.討論函數$y = x^{\frac{1}{2}}$的定義域,值域,奇偶性,畫出它的圖像並根據圖像說明函數的增減性.</p> <p>解: 定義域:$[0, +\infty)$ 值域:$[0, +\infty)$ 奇偶性:非奇非偶 圖像:</p>  <p>單調性:在$[0, +\infty)$上為增函數.</p>	2.討論適當的例題,並在例題中練習鞏固所學知識和解決的技巧.

三. 鞏固練習

三. 鞏固練習

【以下的練習都為 2 人一組,合作完成並在黑板上演算你的答案】

練習1:觀察下列函數圖像,並說明它們之間的關係.

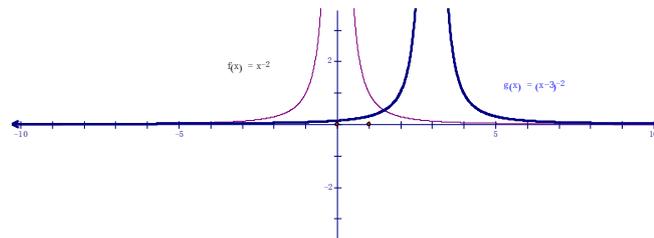


解:由圖可知,將幂函數 $y = x^2$ 的圖像向左平移1個單位,就得到函數 $y = (x+1)^2$ 的圖像,將幂函數 $y = x^2$ 的圖像向右平移1個單位,就得到函數 $y = (x-1)^2$ 的圖像,因此,我們可以采用平移圖像方法從其中的一個圖像得到另外兩個圖像.

練習2.求函數 $y = (x-3)^{-2}$ 的定義域,並討論函數的增減性.

解:函數 $y = (x-3)^{-2} = \frac{1}{(x-3)^2}$,它的定義域是 $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

由于函數 $y = (x-3)^{-2}$ 的圖像可以將函數 $y = x^{-2}$ 的圖像向右平移3個單位得到,所以函數 $y = (x-3)^{-2}$ 在 $(-\infty, 3)$ 上是增函數,在 $(3, +\infty)$ 上是減函數.



【點評: 練習 1 和練習 2 除了利用幂函數的知識,還有圖像變換等知識,因此,知識點之間的聯繫和結構須同學慢慢地體會,從而靈活運用和拓廣.】

3.讓學生

有團隊合作的精
精,在解
是的過程
中學會溝
流和交流
的技巧

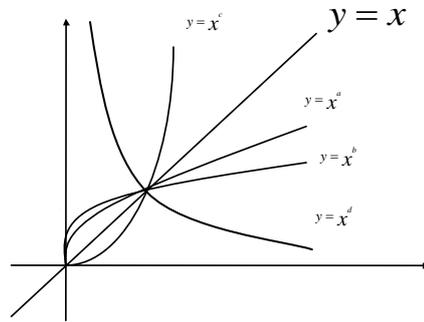
4.引導學
生用模仿
的方法,
在成功解
得難度不
大的問題
的同時建
立自信.

5.使學生
學會聯想
和善於思
考,並用
適當的數
學語言表
達.

四.知識深化和
拓展延伸.

四.知識深化和拓展延伸.

例2.已知 $y = x^a, y = x^b, y = x^c, y = x^d$ 的圖像如圖所示:
求 $a, b, c, d, 0$ 的大小關係.



答案: $d < 0 < b < a < c$

例3:比較下列兩值的大小 $1.5^{\frac{2}{3}}$ 與 $1.7^{\frac{2}{3}}$;

分析: $1.5^{\frac{2}{3}}$ 與 $1.7^{\frac{2}{3}}$ 可以看成是冪函數 $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ 的兩個函數值

$f(1.5), f(1.7)$, 於是我們可以利用冪函數 $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ 在區間 $[0, +\infty)$ 上的單調性來比較它們的大小.

解:考察函數 $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$, 因為 $\alpha = \frac{2}{3} > 0$,

所以它在 $[0, +\infty)$ 上是增函數.

$\therefore 1.5 < 1.7$

$\therefore 1.5^{\frac{2}{3}} < 1.7^{\frac{2}{3}}$.

練習3:比較下列各題中兩值的大小

(1) $(\sqrt{3})^{\frac{5}{4}}$ 與 $(\frac{5}{3})^{\frac{5}{4}}$;

(2) $3.14^{-\frac{4}{3}}$ 與 $\pi^{-\frac{4}{3}}$;

(3) $(-6.3)^{\frac{4}{3}}$ 與 $(-6.4)^{\frac{4}{3}}$;

(4) $(-\frac{4}{5})^{\frac{1}{3}}$ 與 $(-\frac{5}{6})^{\frac{1}{3}}$

(1) $>$

(2) $>$

(3) $>$

(4) $<$

6.掌握數
型結合的
方法,了
解冪函數
之間的特
徵.

7.例 2 和
例 3 是一
個由抽象
到具體的
過程,並
在這個基
礎上完成
練習 3,讓
學生對冪
函數的內
化有了進
一步的了
解

五.課堂總結, 建立知識系統.	五.課堂總結, 1.利用函數圖像的變換,弄清考察函數與已知函數之間的關係,將所要解決的問題歸結為已知的事實,是數學中常用的思想方法. 2.利用函數圖像的單調性,奇偶性比較大小,“數型結合”是數學中常用的思想方法.	8.讓學生 在解決問題的過程 中提高應用數學的能力.
六.課後作業	數學 1:P173:4-7	

第三節 冪函數的綜合練習及其應用

學生	高一級	時間	40 分鐘
課題	第三節 冪函數的綜合練習及其應用		
【教學內容】	1.掌握運用冪函數解決實際問題的技巧和方法; 2.進一步加強化對冪函數的定義和基本性質的認識; 3.體會等價轉化思想在數學中的作用.		
【教學目標】	1.懂得理論實踐結合,全面掌握和學會運用冪函數解決實際問題; 2.了解冪函數的性質和一般的解題技巧;		
【教學重點】	1.利用數形結合,掌握研究冪函數的分類和一般方法; 2.學會冪函數在實際問題中的應用.		
【教學難點】	1.掌握數形結合,並作合理和適當的聯想和推導; 2.掌握和學會運用冪函數解決實際問題.		
【教學用具】	人教版數學 1,powerpoint,幾何畫板,工作紙.		
教學過程	教學活動	設計意圖	
一.理論實踐結合,全面掌握和	一.理論實踐結合,全面掌握和學會運用冪函數解決問題.	1.結合冪函數和一	

學會運用冪函
數解決問題

應用一:利用圖像解不等式

例1.利用圖像解不等式 $\sqrt{x} > x-1$

解:令 $y = \sqrt{x}$, $y = x-1$

在同一坐標系中,畫出冪函數 $y = \sqrt{x}$ 與一次函數 $y = x-1$ 的圖像,設兩圖像相交于點 (a, a) , $a > 0$,

$$\text{則 } \sqrt{a} = a-1$$

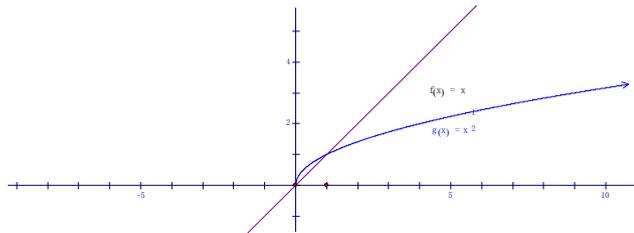
$$\text{即 } a^2 - 3a + 1 = 0$$

$$\therefore a = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

由圖可得 $a > 1$

$$\therefore a = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

因此,原不等式解集為 $\left\{ x \mid 0 \leq x < \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right\}$



練習1.利用圖像解不等式 $\sqrt{x} < x-1$

答:原不等式解集為 $\left\{ x \mid x > \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right\}$

應用二:比較大小

例2.已知 $(a+1)^{-\frac{1}{3}} < (3-2a)^{-\frac{1}{3}}$,求 a 的取值範圍.

解: $(a+1)^{-\frac{1}{3}}$ 和 $(3-2a)^{-\frac{1}{3}}$ 是冪函數 $f(x) = x^{-\frac{1}{3}}$ 的兩個函數值,

且 $f(x) = x^{-\frac{1}{3}}$ 在 $(-\infty, 0)$, $(0, +\infty)$ 上是減函數,

因此下分面分情況討論:

當 $a+1, 3-2a$ 同正時,有 $a+1 > 3-2a > 0$,解得 $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$;

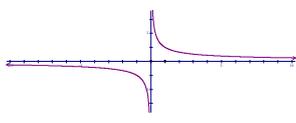
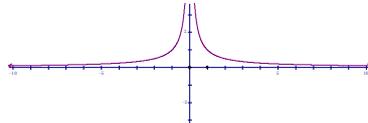
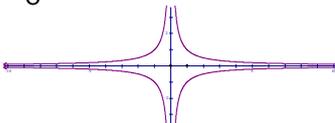
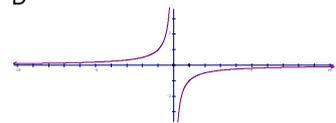
當 $a+1, 3-2a$ 同負時,有 $3-2a < a+1 < 0$,解得空集;

當 $a+1, 3-2a$ 異號時,有 $3-2a > 0$ 且 $a+1 < 0$,解得 $a < -1$;

綜上,有 $a < -1$ 或 $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$.

次函數的
圖像,找
出解題的
方法,並
利用數型
結合,求
出關鍵
點,這類
方法為解
不等式的
常用和簡
便的方法
之一.

2.利用函
數的單調
性除了可
以比較具
體數值的
大小外,
還可以比
較這類含
參數的式

	<p>練習2:若$(a+1)^{-2} > (3-2a)^{-2}$, 求a的取值範圍.</p> <p>答:$(-\infty, -1) \cup (-1, \frac{2}{3}) \cup (4, +\infty)$</p> <p>應用三:冪函數的解析式</p> <p>例3.右圖為函數$f(x) = x^{n^2-2n-3} (n \in \mathbb{Z})$的示意圖, 求$n$的值.</p> <p>解:: 函數圖像不過原點, $\therefore n^2 - 2n - 3 < 0$ $\therefore -1 < n < 3$ $\because n \in \mathbb{Z}, \therefore n = 0, 1, 2.$</p> <p>當$n = 0, 2$時,$n^2 - 2n - 3 = -3$,即$f(x) = x^{-3}$, 其值域為$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$,與圖像不符.</p> <p>當$n = 1$時,$f(x) = x^{-4}$,符合題意 $\therefore n = 1.$</p> <p>練習3:下列是$y = \frac{1}{ x }$的圖像是 (B)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>A</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B</p>  </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> <p>C</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>D</p>  </div> </div>	<p>子,但需 要注意其 單調區間 的分段考 慮.</p> <p>3.利用冪 函數的性 質,確定n 的取值範 圍並根據 條件排除 不合題意 的選項, 學會作圖 和讀懂圖 像同樣重 要.</p>
<p>二. 數學源于 生活,也用于生 活</p>	<p>二. 數學源於生活,也用於生活</p> <p>除了第一節的利率問題,冪函數也應用於生活的各方面.</p> <p>應用四:冪函數型的實際應用</p> <p>例4.有一家投資公司,投入資金100萬元購買某股票, 並設定每年的投資回報為10%,即每當該公司達到這 個目標時,會停止投資並把本金和利潤作為下一年的 投資資金,由於經濟發展正面,該公司連續十年達到 這個目標,問十年後,這家公司的資產是多少?</p>	<p>4.教會學 生多留意 在日常生 活中的問 題,善用 並能靈活 運用學過 的知識, 使我們遇</p>

	<p>解: $y = 100(1+10\%)^{10}$ ≈ 259.37(萬元)</p> 	<p>到實際生活中的問題時,能科學化地思考和有效率地解決.</p>
<p>三.課堂總結,建立知識系統.</p>	<p>1.善于利用函數的性質,如單調性,奇偶性等解決問題;</p> <p>2.學會觀察圖像,並掌握數型給合的技巧;</p> <p>3.懂得運用數學知識解決生活中的問題.</p>	<p>8.讓學生在解決問題的過程中提高應用數學的能力.</p>
<p>六.課後作業</p>	<p>數學 1:P174:8,10</p> <p>試列出日常生活中運用冪函數的例子,並加以討論</p>	

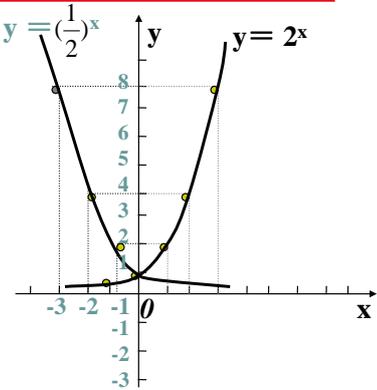
二、指數函數

第一節 指數函數的定義

學生	高一級	時間	40 分鐘
課題	第一節 指數函數的定義		
【教學內容】	<p>1.通過日常生活的例子引入,提高學習指數函數的興趣同時了加深指數函數的內涵的理解;</p> <p>2.由具體的例子的圖像引導學生學習與發現指數函數的共性特徵,並滲透數形結合的數學思想;</p>		

	3.培養歸納和概括能力,並進一步體會和掌握研究基本初等函數的一般思路與方法.	
【教學目標】	<p>1.通過對指數函數的研究、理解,掌握指數函數的圖像與性質,並學會研究指數函數的一般方法;</p> <p>2.滲透分類討論、數形結合的數學思想及類比,聯想的學習方法,提高歸納與概括的能力;</p> <p>3.培養積極思考,通過自立探索獲取新知的學習習慣性和科學嚴謹的學習態度;</p> <p>4.體會從特殊到一般,抽象到具體的思維過程.</p>	
【教學重點】	<p>1.熟練指數函數的圖像與性質;</p> <p>2.掌握研究指數函數的分類和一般方法;</p>	
【教學難點】	<p>1.學會對不同底數的指數函數圖像的共性和不同的歸納總結;</p> <p>2.掌握分類的方法和重要性,從而建立知識的基本框架.</p>	
【教學用具】	人教版數學 1,powerpoint,幾何畫板,工作紙.	
教學過程	教學活動	設計意圖
一.設置情境,感受生活中的數學	<p>一.設置情境,問題引入</p> <p>1.問題:如果有人找你幫忙一星期,付酬方案如下:</p> <p>方案 1.第一天付酬 10 元,從第 2 天起,每天比它的前一天多付 20 元;</p> <p>方案 2.第一天付酬 1 元,從第 2 天起,每天的酬金是它的前一天的 2 倍.</p> <p>你想獲得較多酬金,應選擇哪個方案?</p> 	<p>1.提出與學生的生活經驗有關的情境,有利於學生對數學產生學習的主動性,促使學生積</p>

	<p>【請同學們兩人一組討論,然後,請一組同學出來說一下你們的討論結果】</p> <p>同學: 這兩個方案化為數學式子表示, 方案 1: $f(x) = 10 + (x - 1) \times 20, x \in Z$ 方案 2: $g(x) = 1 \times 2^{x-1}, x \in Z$</p> <p>一星期後: 方案1: $f(7) = 10 + (7 - 1) \times 20 = 130$ 方案2: $g(7) = 1 \times 2^{7-1} = 120$ 所以應選方案1. 如果改為10天?應選哪一個? 方案1: $f(10) = 10 + (10 - 1) \times 20 = 190$ 方案2: $g(10) = 1 \times 2^{10-1} = 512$ 所以應選方案2.</p> <div data-bbox="746 958 1150 1245" data-label="Image"> </div> <p>【我們從剛剛的例子中發現,方案 2 的數學表達式為 $g(x) = 1 \times 2^{x-1}$,由這樣的式子中,我們化簡一類更為常用,更為簡單的式子 $y = a^x$.】</p>	<p>極地去研究和想辦法解決問題.</p> <p>2.引導學生動手合作,在交流的過程中既學會和別人的溝通技巧,也懂得能提高學習效能.</p>
<p>二.情境引入,知識形成</p>	<p>二. 從現實問題中提煉出數學知識,並有系統地形成知識框架</p> <p>【我們從剛剛的例子中發現,方案 2 的關係式為 $g(x) = 1 \times 2^{x-1}$,由這樣的式子中,我們化簡一類更為常用,更為簡單的式子 $y = a^x$.】</p>	<p>3.從實際生活中提煉出數學知識,有助學生對</p>

	<p>1.指數函數的定義: 一般地,函數$y = a^x$叫做指數函數,其中a是一個大於零且不等於1的常量.</p> <p>2.加強定義的理解</p> <p>練習 1:判斷下列函數是否為指數函數? (1) (5) (6) (8)</p> <p>(1) $y = 4^x$ (2) $y = x^4$ (3) $y = -4^x$ (4) $y = (-4)^x$ (5) $y = \pi^x$ (6) $y = 4^{2x}$ (7) $y = x^x$ (8) $y = (2a - 1)^x$, ($a > \frac{1}{2}, a \neq 1$)</p>	<p>知識的形 成和引起 學生的興 趣.</p> <p>4.給出定 義,並加 強學生對 定義的理 解,學會 思辯的思 維方法.</p>																								
<p>三.數型結合, 加強知識的內 涵</p>	<p>三. 學會畫出指數函數的圖像,並理解知識的內涵.</p> <p>1.用描點法畫出指數函數 $y = 2^x$ 和 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖象.</p> <table border="1" data-bbox="651 1290 1062 1496"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> 	x	-1	0	1	2	3	y						x	-3	-2	-1	0	1	y						<p>5. 數型 結合,加 強知識內 涵的認 識.</p>
x	-1	0	1	2	3																					
y																										
x	-3	-2	-1	0	1																					
y																										

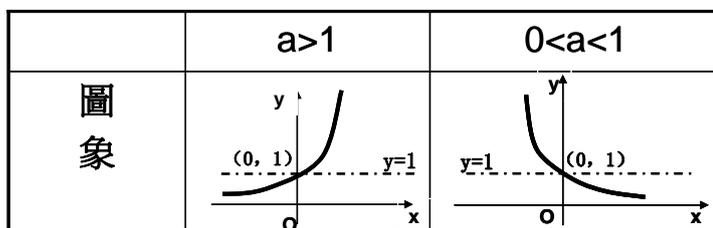
【思考:函數 $y = 2^x$ 和 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖象有什麼關係?

可否利用 $y = 2^x$ 的圖象畫出 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖象?】

答案:兩個函數圖象關於 y 軸對稱.

【請同學們總結一下指數函數分類的圖象和性質】

指數函數 $y = a^x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的圖象和性質:

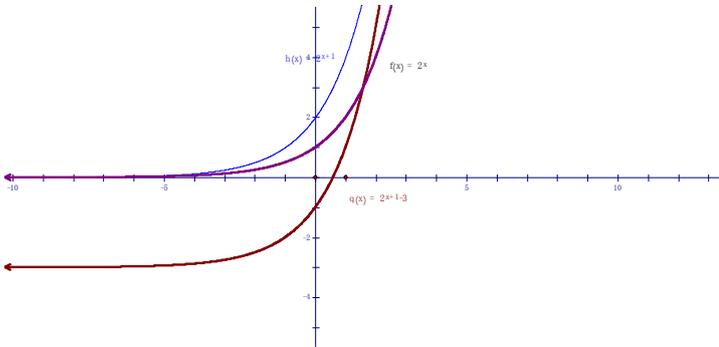


性質	(1)定義域:	\mathbf{R}	
	(2)值域:	$(0, +\infty)$	
	(3)定點:	$(0, 1)$	
	(4)單調性:	在 \mathbf{R} 上是增函數	在 \mathbf{R} 上是減函數
	(5)函數值的分布情況	$a^x \begin{cases} > 1 & (x > 0) \\ = 1 & (x = 0) \\ < 1 & (x < 0) \end{cases}$	$a^x \begin{cases} < 1 & (x > 0) \\ = 1 & (x = 0) \\ > 1 & (x < 0) \end{cases}$



6.學會總結知識,更有效和準確地認識指數函數.

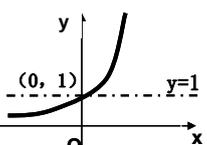
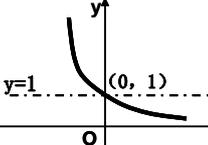
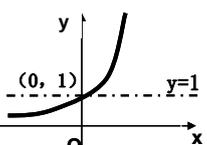
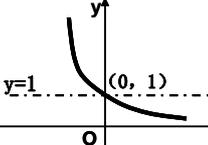
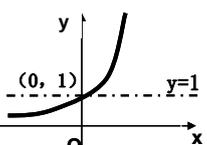
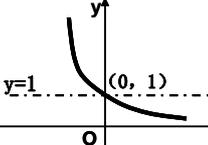
7.掌握分類的方法和重要性,從而建立知識的基本框架.

<p>四.鞏固練習, 深化認識</p>	<p>四.鞏固練習,深化認識</p> <p>1.定義域問題:求下列函數的定義域:</p> <p>(1)$y = 2^{\sqrt{-x^2}}$; (2)$y = \frac{1}{4^{x-5} - 2}$</p> <p>答案: (1)$\{0\}$; (2)$\left\{x \mid x \neq \frac{11}{2}\right\}$</p> <p>2.函數圖像問題:</p> <p>說明函數$y = 2^{x+1} - 3$的圖像與指數函數$y = 2^x$的圖像之間的關係,畫出它們的示意圖,並指出函數$y = 2^{x+1} - 3$的定義域和值域.</p> <p>解:將指數函數$y = 2^x$的圖像向左平移1個單位,就得到了函數$y = 2^{x+1}$,再將函數$y = 2^{x+1}$的圖像向下平移3個單位,就得到了函數$y = 2^{x+1} - 3$.</p> <p>顯然,函數$y = 2^{x+1} - 3$的定義域為R,值域為$(-3, +\infty)$.</p>  <p>3.利用函數單調性比較大小:</p> <p>(1)$1.7^{-2.5}$ 與 $1.7^{-2.1}$ (2)$0.9^{0.1}$ 與 $0.9^{0.2}$</p> <p>(3)$0.6^{-2.1}$ 與 $0.8^{-2.1}$ (4)$1.7^{0.3}$ 與 $0.9^{3.1}$</p> <p>答案: <; <; >; ></p>	<p>8.通過練習既鞏固了幕函數的認識,又培養學生的邏輯思維.</p>
<p>五.課堂總結, 建立知識系統.</p>	<p>五.課堂總結</p> <p>【請同學總結今天的內容】</p>	<p>9.讓學生總結所學</p>

	1、指數函數的定義， 2、指數函數簡圖的作法以及應注意的地方， 3、指數函數的圖像和性質，	的知識， 並找內在的規律， 學會作適當的分類和聯想， 提高數學的能力。
六.課後作業	數學 I: P183: 1,2,5	10.適量的功課使學生活學活用,鞏固知識.

第二節 指數函數的性質

學生	高一級	時間	40 分鐘
課題	第二節 指數函數的性質		
【教學內容】	1.掌握並熟練數形結合,這種數學中常用的思想方法; 2.在應用的過程中進一步理解指數函數的定義和基本性質; 3.培養對知識進行歸納概括,體會等價轉化思想在數學中的作用.		
【教學目標】	1.加強指數函數的基本性質和圖像的理解; 2.掌握數形結合的方法,了解指數函數之間的特徵; 3.體會從特殊到一般,抽象到具體的思維過程.		
【教學重點】	1.學會利用換元,化繁為簡等數學方法; 2.利用數形結合,掌握研究指數函數的分類和一般方法.		

【教學難點】	1.學會指數函數的圖像與性質的運用; 2.深化指數函數之間的內化關係.																						
【教學用具】	人教版數學 1,powerpoint,幾何畫板,工作紙.																						
教學過程	教學活動 設計意圖																						
一.溫故知新, 導入新課	<p>一.溫故知新,導入新課</p> <p>【請同學回答指數函數的定義,圖像特點分別是什麼?】</p> <p>1.定義: 一般地,函數$y = a^x$叫做指數函數,其中a是一個大於零且不等於1的常量.</p> <p>2.圖像與性質</p> <table border="1" data-bbox="472 896 1177 1512"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">$a > 1$</td> <td style="text-align: center;">$0 < a < 1$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">圖 象</td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td rowspan="5" style="text-align: center; vertical-align: middle;">性 質</td> <td>(1)定義域:</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">\mathbf{R}</td> </tr> <tr> <td>(2)值域:</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">$(0, +\infty)$</td> </tr> <tr> <td>(3)定點:</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">$(0, 1)$</td> </tr> <tr> <td>(4)單調性:</td> <td style="text-align: center;">在\mathbf{R}上是增函數</td> <td style="text-align: center;">在\mathbf{R}上是減函數</td> </tr> <tr> <td>(5)函數值的分布情況</td> <td style="text-align: center;">$a^x \begin{cases} > 1 & (x > 0) \\ = 1 & (x = 0) \\ < 1 & (x < 0) \end{cases}$</td> <td style="text-align: center;">$a^x \begin{cases} < 1 & (x > 0) \\ = 1 & (x = 0) \\ > 1 & (x < 0) \end{cases}$</td> </tr> </table>		$a > 1$	$0 < a < 1$	圖 象			性 質	(1)定義域:	\mathbf{R}		(2)值域:	$(0, +\infty)$		(3)定點:	$(0, 1)$		(4)單調性:	在 \mathbf{R} 上是增函數	在 \mathbf{R} 上是減函數	(5)函數值的分布情況	$a^x \begin{cases} > 1 & (x > 0) \\ = 1 & (x = 0) \\ < 1 & (x < 0) \end{cases}$	$a^x \begin{cases} < 1 & (x > 0) \\ = 1 & (x = 0) \\ > 1 & (x < 0) \end{cases}$
	$a > 1$	$0 < a < 1$																					
圖 象																							
性 質	(1)定義域:	\mathbf{R}																					
	(2)值域:	$(0, +\infty)$																					
	(3)定點:	$(0, 1)$																					
	(4)單調性:	在 \mathbf{R} 上是增函數	在 \mathbf{R} 上是減函數																				
	(5)函數值的分布情況	$a^x \begin{cases} > 1 & (x > 0) \\ = 1 & (x = 0) \\ < 1 & (x < 0) \end{cases}$	$a^x \begin{cases} < 1 & (x > 0) \\ = 1 & (x = 0) \\ > 1 & (x < 0) \end{cases}$																				
二. 例題講解	<p>二. 例題講解,鞏固練習</p> <p>例1.討論函數$y = a^{x^2+3x+1}$ ($a > 1$)的增減性.</p> <p>分析:函數$y = a^{x^2+3x+1}$ ($a > 1$)可以看成由指數函數$y = a^u$與二次函數$u = x^2 + 3x + 1$複合而成的,由於$a > 1$,指數函數$y = a^u$在\mathbf{R}上是增函數,再考察二次函數$u = x^2 + 3x + 1$的增減性,並將兩者結合起來,就可以得到$y = a^{x^2+3x+1}$的增減性.</p>																						
	2.討論適當的例題,並在例題中練習鞏固所學的知識和																						

	<p>解：設$y = a^x (a > 1), u = x^2 + 3x + 1$</p> <p>$\because a > 1$</p> <p>$\therefore y = a^u$ 在R上是增函數，</p> <p>$\therefore y = a^{x^2+3x+1} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$</p> <p>$\therefore u = x^2 + 3x + 1$ 在$(-\infty, -\frac{3}{2}]$上是減函數，在$[-\frac{3}{2}, +\infty)$上是增函數。</p> <p>由複合函數的單調性可以得到：</p> <p>函數$y = a^{x^2+3x+1} (a > 1)$ 在$(-\infty, -\frac{3}{2}]$上是減函數，在$[-\frac{3}{2}, +\infty)$上是增函數。</p>	解的技巧。
三. 鞏固練習	<p>三. 鞏固練習</p> <p>【以下的練習請同學獨立完成,並在完成後,請幾位同學在黑板上演算你的答案】</p> <p>練習1.已知對任意的$x \in R$,不等式$\frac{1}{2^{x^2+x}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2-mx+m+4}$恒成立,求實數$m$的取值範圍.</p> <p>練習2.求函數$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-6x+17}$的最大值.</p> <p>答案:(1)實數$m$的取值範圍是$(-3,5)$;</p> <p>(2)當$x = 3$時,$y$取最大值$\frac{1}{256}$.</p>	<p>3.訓練學生的獨立思維和表達能力,在演算過程中建立自信.</p> <p>4.使學生學會聯想和善於思考,找出例2中求最值與其單調性間的關係,突破難點.</p>

<p>四.知識深化和拓展延伸.</p>	<p>四.知識深化和拓展延伸.</p> <p>1.利用指數函數性質求解不等式</p> <p>例2.解不等式：$a^{2x^2-7x+3} > 1, (a > 1)$</p> <p>解：$\because 1 = a^0 (a \neq 0)$</p> <p>$\therefore a^{2x^2-7x+3} > a^0$</p> <p>由$a > 1$時指數函數的單調性可以得到$2x^2 - 7x + 3 > 0$</p> <p>$\therefore$ 原不等式的解集為$\left\{x \mid x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x > 3\right\}$</p> <p>練習2.解不等式：$a^{2x^2-3x+1} > a^{x^2+2x-5} (0 < a < 1)$</p> <p>答案：原不等式的解集為(2,3)</p> <p>2.利用指數函數性質求解方程</p> <p>例3.$3^{x+2} - 3^{2-x} = 80$</p> <p>解：將方程兩邊同除以9,得$3^x - 3^{-x} = \frac{80}{9}$</p> <p>令$3^x = t (t > 0)$,則$3^{-x} = \frac{1}{t}$,</p> <p>原方程可化為$t - \frac{1}{t} = \frac{80}{9}$</p> <p>即$9t^2 - 80t - 9 = 0$</p> <p>解得$t = 9$或$t = -\frac{1}{9}$(捨去)</p> <p>當$t = 9$時,$3^x = 9, \therefore x = 2$</p> <p>練習3.解下列方程：</p> <p>(1)$2^{ x +1} = 16;$</p> <p>(2)$\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{16}{81};$</p> <p>(3)$2(4^x + 4^{-x}) - 7(2^x + 2^{-x}) + 10 = 0$</p> <p>答案：(1)$x = \pm 3$; (2)$x = -1$; (3)$x = 0$</p>	<p>5.掌握指數函數的性質,結合題目的特徵,指導學生學會思考方向和解題技巧.</p> <p>6.例3及其練習中都有涉及到換元的思想,化繁為簡,把較難的題目化為簡單的題目,這種思想在解題過程中十分重要.</p>
---------------------	---	---

五.課堂總結, 建立知識系統.	五.課堂總結, 1.利用函數圖像的性質,進行求參數,不等式及方程的求解; 2.在解題過程中結合”換元法”等是數學中常用的思想方法.	8.掌握函數的重要性質,在解題過程中靈活運用適當的方法和技巧,提高學生的思考和解題能力.
六.課後作業	數學 1:P184:7-11	

第三節 指數函數在實際生活中的應用

學生	高一級	時間	40 分鐘
課題	第三節 指數函數在實際生活中的應用		
【教學內容】	1.掌握運用指數函數解決實際問題的技巧和方法; 2.進一步加強對指數函數的定義和基本性質的認識.		
【教學目標】	1.全面掌握運用指數函數解決實際問題,懂得理論實踐結合; 2.了解指數函數的性質和一般的解題技巧;		
【教學重點】	1.懂得分析實際問題,並在實際問題中提煉出數學知識; 2.學會指數函數在實際問題中的應用.		
【教學難點】	1.掌握數形結合,並作合理和適當的聯想和推導; 2.掌握和學會運用指數函數解決實際問題.		

【教學用具】	人教版數學 1, powerpoint, 幾何畫板, 工作紙.	
教學過程	教學活動	設計意圖
一. 感受各學科之間的聯繫和生活中的數學.	<p>一. 感受各學科之間的聯繫和生活中的數學.</p> <p>指數函數是基本初等函數之一, 它不僅是一種重要的初等函數, 同時, 它在生活, 生產等實際活動中也應用廣泛, 如在疾病控制與統計, 生物學, 物理學, 經濟活動, 存款利率, 人口預測, 工業生產等問題上都可以運用其進行解決, 下面分類例析. (取自”中學生數理化高一版)</p>	1. 根據學生已有的學科知識, 從現實情境中提煉出數學知識.
二. 情境引入, 知識應用.	<p>【在以下的問題中, 請 5-8 位同學一組, 合作解決, 並在課後, 選取一個題目進行研究】</p> <p>應用一: 疾病控制與統計方面</p> <p>例1. 某地區心臟病發人數呈上升趨勢, 統統計分析, 從1998年到2007年的10年間每兩年上升2%, 2006年和2007年兩年共發病815人, 若不加控制, 仍按這個比例發展下去, 從2008年到2011年將有多少人發病?</p> <div data-bbox="592 1384 1066 1877" data-label="Image"> <p>A cartoon illustration of a doctor in a white lab coat and cap with a red cross, smiling and examining a young child with a stethoscope. The child is sitting on a red stool. The doctor is holding the stethoscope to the child's chest.</p> </div>	2. 情境導入有利於學生對指數函數產生學習的興趣和求知欲望, 促使學生主動地去探索和解決問題.

解：設從2006年起第 x 個兩年心臟病發病人數為 y ， a 為第一個兩年間發病人數，

依題意得 $y = a(1 + 2\%)^{x-1}$ ，

顯然 $a = 815$ ，

即 $y = 815(1 + 2\%)^{x-1}$ ， $x \in N^*$ 。

2008年到2011年總計發病人數為

$815(1 + 2\%) + 815(1 + 2\%)^2 \approx 1680$ (人)

答：2008年到2011年將有1680人發病。

【點評：以2006年到2007年兩年發病人數為初始人數，照比發展下去，這一類型滿足指數函數的數學模型，本題應注意兩年是一整體。】

應用二：在生物學上的應用

例2.某種細菌在培養過程中，每15分鐘分裂一次(由1個分裂成2個)，問這種細菌由1個繁殖成4096個需要經過多少小時？



解：設分裂 x 次後的細菌數為 y ，

依題意，得 $y = 2^x$

當這種細菌由1個繁殖成4096個時， $y = 4096$

即 $2^x = 4096$ ，

所以 $x = 12$ ，

即經過12次分裂，又每15分鐘分裂一次，

所以需經過 $15 \times 12 = 180$ (分鐘)

即需經過3小時。

3.細菌繁殖問題是典型的指數函數的數學模型，這類問題也可讓學生作更深入的探討和延伸。

應用三：在物理學上的應用

例3.一種放射性物質不斷變化為其他物質,每經過一年,剩余的物質約是原來的 $\frac{4}{5}$,問:經過多少年,剩余的物質是原來的 $\frac{64}{125}$?



解:設經過 x 年後剩余物質的量為 y ,先求剩余量 y 隨時間 x 變化的函數關係式,

$$\text{即 } y = \left(\frac{4}{5}\right)^x$$

由題意, $\frac{64}{125} = \left(\frac{4}{5}\right)^3$,所以 $x = 3$

答:經過三年後,剩余的物質是原來的 $\frac{64}{125}$.

應用四：經濟活動中的應用

例4.某工廠今年1月,2月,3月生產某種產品分別為1萬件,1.2萬件,1.3萬件,為了估計以後每個月產量,以這三個月的產品數量為依據,用一個函數來模擬該產品的月產量 y 與月份 x 的關係.模擬函數可以選擇二次函數或 $y = a \cdot b^x + c$ (其中 a, b, c 為常數),已知4月份該產品的產量為1.37萬件,試問用以上哪個函數作為模擬函數較好?並說明理由.



4.物理和數學本來就是關係極強的學科,要想學好物理,數學基礎必須好,很多理科問題對數學知識依賴較強,學生在形成良好的數學基礎上,更好地運用在各科中,形成良好的學習循環和提高對數學的積極性.

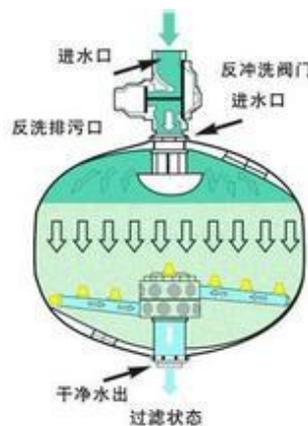
	<p>解：設兩個函數分別為</p> $y_1 = px^2 + qx + r (p \neq 0),$ $y_2 = a \cdot b^x + c$ <p>依題意有 $\begin{cases} f_1(1) = p + q + r = 1 \\ f_1(2) = 4p + 2q + r = 1.2 \\ f_1(3) = 9p + 3q + r = 1.3 \end{cases}$,</p> <p>解得 $\begin{cases} p = -0.05 \\ q = 0.35 \\ r = 0.7 \end{cases}$</p> <p>所以 $y_1 = f_1(x) = -0.05x^2 + 0.35x + 0.7$,</p> $f_1(4) = 1.3 \text{ (萬件)}$ <p>依題意有 $\begin{cases} f_2(1) = a \cdot b + c = 1 \\ f_2(2) = a \cdot b^2 + c = 1.2 \\ f_2(3) = a \cdot b^3 + c = 1.3 \end{cases}$,</p> <p>解得 $\begin{cases} a = -0.8 \\ b = 0.5 \\ c = 1.4 \end{cases}$</p> <p>所以 $y_2 = f_2(x) = (-0.8) \cdot (0.5)^x + 1.4$,</p> $f_2(4) = 1.35 \text{ (萬件)}$ <p>經比較可知, $f_2(4)$ 比 $f_1(4)$ 更接近于四月份的產量.</p> <p>答：選用 $y = a \cdot b^x + c$ 作為模擬函數較好.</p> <p>【點評：比較兩個模擬函數的哪個更合適，就是比較月份與產量的關係哪個反映得更準確，先根據前三個月份的數據用待定系數法求得滿足的解析式，再驗證第四個月，比較誤差差異就可以了。】</p> <p>應用五：在存款利率中的應用</p> <p>例5.按複利計算利率的一種儲蓄，本金為 a 元，每期利率為 r，設本利和為 y，存期為 x，寫出本利和 y 隨存期 x 變化的函數式，如果存入本金 1000 元每期利率 2.25%，計算 5 期後的本利和是多少？</p>	<p>5.用數學模型來解決生活中的實際問題成為科學化解難的一個趨勢，然而，函數的選取和模擬是一個十分關鍵的問題，因此，簡單判斷和比較可以使所建立的數學模型更貼近實際情況，減少誤差，教會學生在解決實際問題時，應科學地作</p>
--	---	--



解:已知本金為 a 元,
 1期後的本利和為 $y = a + a \times r = a(1+r)$
 2期後的本利和為 $y = a(1+r) + a(1+r)r = a(1+r)^2$
 3期後的本利和為 $y = a(1+r)^3$
 ...
 x 期後的本利和為 $y = a(1+r)^x$
 將 $a = 1000, r = 2.25\%, x = 5$ 代入上式得:
 $y = 1000(1 + 2.25\%)^5 = 1117.68$ (元)
 答:複利函數式為 $y = a(1+r)^x, x \in N^*$,
 5期後的本利和為1117.68元.

應用六.在工業生產上的應用

例2.某化工廠生產一種溶液,按市場要求,雜質含量不能超過2%,每過濾一次可使雜質含量減少 $\frac{1}{3}$.問:至少應過濾多少次才能使產品達到市場要求?



出判斷和選擇.

6.利率問題和股票問題是指數函數的典型應用,指數增長在經濟各方面都有不少的應用,從實際的應用中,讓學生了解不同方面的知識間的聯繫,增進學生學習的主動和積極.

	<p>解：設需要過濾n次，依題意，</p> $\text{得 } \frac{2}{100} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n \leq \frac{1}{1000},$ $\text{即 } \left(\frac{2}{3}\right)^n \leq \frac{1}{20},$ <p>因為$\left(\frac{2}{3}\right)^7 = \frac{128}{2178} > \frac{1}{20}$，$\left(\frac{2}{3}\right)^8 = \frac{256}{656} < \frac{1}{20}$</p> <p>所以$n = 8$</p> <p>答：至少應過濾8次才能使產品達到市場要求。</p> <p>[點評：每次過濾雜質含量降為原來的$\frac{2}{3}$，過濾n次後雜質含量為$\frac{2}{100} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$，結合按市場要求雜質含量不能超過1%，即可建立數學模型.實際問題轉化為數學問題時一定要讀懂題意.]</p>	<p>7.學會分析實際問題，並在實際問題中分析出正確的數學表示，利用學會的知識突破難點.</p>
<p>三.課堂總結， 建立知識系統.</p>	<p>懂得運用數學知識解決生活中的問題和技巧.</p> 	<p>11.讓學生總結所學的內 容，並找 知識的規 律，由淺 入深，作 適當的分 類和聯 想，為並 培養學生 的鑽研精 神.</p>
<p>四.課後作業</p>	<p>數學 1:P184:3,4</p>	<p>12.合鼓</p>

	試列出日常生活中運用指數函數的例子,並加以討論	勵學生多留意身邊的人事物,使學生學以致用,活學活用,鞏固知識.
--	-------------------------	---------------------------------

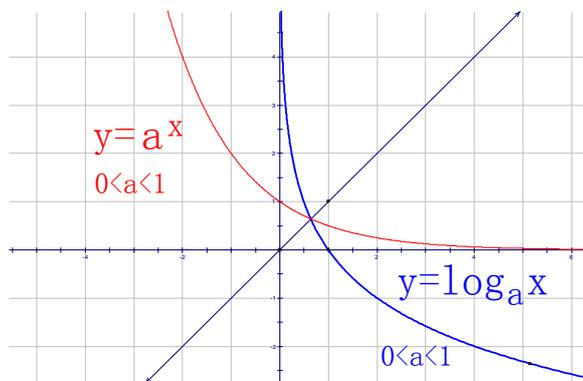
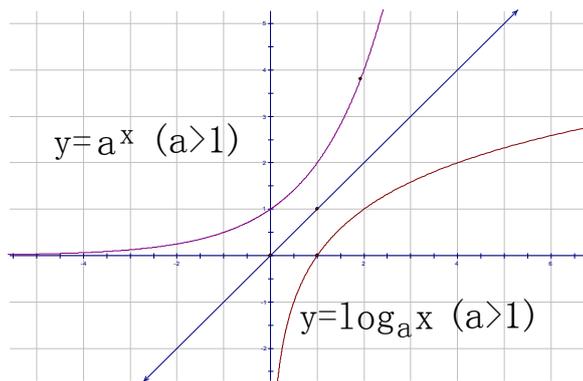
三、對數函數

第一節 對數函數的定義

學生	高一級	時間	40 分鐘
課題	第一節 對數函數的定義		
【教學內容】	<p>1.通過細胞例子引入,提高學習對數函數的興趣同時了加深對數函數的內涵的理解;</p> <p>2.強調指數函數和對數函數之間的關係,學會聯想,類比等數學思想;</p> <p>3.培養歸納和概括能力,並進一步體會和掌握研究基本初等函數的一般思路與方法.</p>		
【教學目標】	<p>1.通過對對數函數的研究、理解,掌握指數函數的圖像與性質,並學會研究對數函數的一般方法;</p> <p>2.滲透分類討論、數形結合的數學思想及類比,聯想的學習方法,提高歸納與概括的能力;</p> <p>3.培養積極思考,通過自立探索獲取新知的學習習慣性和科學嚴謹的學習態度;</p>		

	4.體會從特殊到一般,抽象到具體的思維過程.																
【教學重點】	1.熟練對數函數的圖像與性質; 2.掌握研究對數函數的分類和一般方法;																
【教學難點】	1.學會對不同底數的對數函數圖像的共性和不同的歸納總結; 2.掌握分類的方法和重要性,從而建立知識的基本框架.																
【教學用具】	人教版數學 1,powerpoint,幾何畫板,工作紙.																
教學過程	教學活動	設計意圖															
一.溫故知新, 新課引入	<p>一.溫故知新,新課引入</p> <div style="text-align: center;"> <p>指數 → 對數值</p> <p>幕值 → 真數</p> $a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b$ <p>底數</p> </div>	1.引導學生回憶之前學過的指數式和幕式,為以後的學習打好基礎.															
二.設置情境, 感受生活中的 數學	<p>二. 設置情境,問題引入:</p> <div style="text-align: center;"> <p>細胞分裂過程</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="text-align: left;">分裂次數</td> <td style="text-align: center;">●</td> <td style="text-align: right;">細胞個數</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">第一次</td> <td style="text-align: center;">● ●</td> <td style="text-align: right;">$2=2^1$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">第二次</td> <td style="text-align: center;">● ● ● ●</td> <td style="text-align: right;">$4=2^2$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">第三次</td> <td style="text-align: center;">● ● ● ● ● ● ● ●</td> <td style="text-align: right;">$8=2^3$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left;">第 x 次</td> <td style="text-align: center;">● ● ● ● ● ●</td> <td style="text-align: right;">2^x</td> </tr> </table> <p>用y表示細胞個數, 關於分裂次數x的表達為 $y = 2^x$</p> <p>如果把這個指數式轉換成對數式的形式應為 $x = \log_2 y$</p> <p>如果把x和y的位置互換, 那麼這個函數應為 $y = \log_2 x$</p> <p>由對數的意義可知, 如果 $y = 2^x$ (其中 $x \in R$), 那麼 $x = \log_2 y$ (其中 $y \in R^+$), 所以, 根據反函數的概念可以知道, 函數 $y = \log_2 x$ 是指數函數 $y = 2^x$ 的反函數.</p> </div>	分裂次數	●	細胞個數	第一次	● ●	$2=2^1$	第二次	● ● ● ●	$4=2^2$	第三次	● ● ● ● ● ● ● ●	$8=2^3$	第 x 次	● ● ● ● ● ●	2^x	2.利用學生已有的經驗,把數學知識應用到實際情境中,既能建構知識框架,也能引起學
分裂次數	●	細胞個數															
第一次	● ●	$2=2^1$															
第二次	● ● ● ●	$4=2^2$															
第三次	● ● ● ● ● ● ● ●	$8=2^3$															
第 x 次	● ● ● ● ● ●	2^x															

		生興趣.
三.情境引入, 知識形成	<p>三. 從現實問題中提煉出數學知識,並有系統地形成知識框架</p> <p>1.對數函數的定義: 一般地,函数 $y = \log_a x, (a > 0, a \neq 1)$ 叫做對數函數. 其中 x 是自變量, 定義域是 $(0, +\infty)$, 值域是 $(-\infty, +\infty)$</p> <p>2.加強定義的理解 【想一想: 為什麼函数的定義域是 $(0, +\infty)$?】</p> <p style="text-align: center;">回顧研究指數函數的過程:</p> <p style="text-align: center;">1. 定義</p> <p style="text-align: center;">2. 畫圖</p> <p style="text-align: center;">3. 性質</p> <p style="text-align: center;"></p> <p style="text-align: center;">類比地,研究對數函數</p>	<p>3.給出定義,並加強學生對定義的理解,學會思辯的思維方法.</p> <p>4.從形式上找出他們之間的關係,利用聯想和類比的方法,學會自行研究對數函數及其性質.</p>
四.數型結合, 加強知識的內涵	<p>四. 學會分類畫出指數函數的圖像,並理解知識的內涵.</p> <p>由於對數函数 $y = \log_a x$ 與指數函数 $y = a^x$ 互為反函数, 所以 $y = \log_a x$ 的圖象與 $y = a^x$ 的圖象关于直线 $y = x$ 對稱。</p>	<p>5.數型結合,加強知識內涵的認識.</p>



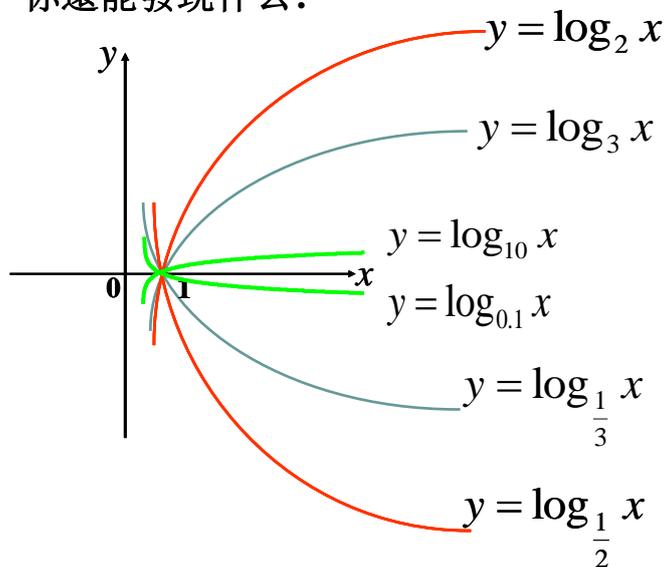
對數函數的圖象和性質

6.指導學生回憶原函數和反函數的相關知識並應用到指數函數和對數函數的圖像上,再根據類比的方法得到對數函數的相關知識.

對數函數 $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)		
	$a > 1$	$0 < a < 1$
圖象		
性質	(1) 定義域: $(0, +\infty)$	
	(2) 值域: $(-\infty, +\infty)$	
	(3) 過點(1,0), 即 $x=1$ 時, $y=0$	
	(4) $0 < x < 1$ 時, $y < 0$; $x > 1$ 時, $y > 0$	(4) $0 < x < 1$ 時, $y > 0$; $x > 1$ 時, $y < 0$
	(5) 在 $(0, +\infty)$ 上是增函數	(5) 在 $(0, +\infty)$ 上是減函數

深化認識,加強理解

你還能發現什麼?



圖形	
補充性質一	底數互为倒數的兩個對數函數的圖象關於x軸對稱。
補充性質二	<p>底數$a > 1$時, 底數越大, 其圖象越接近x軸。</p> <p>底數$0 < a < 1$時, 底數越小, 其圖象越接近x軸。</p>

7.學會總結知識, 更有效和準確地認識對數函數.

8.掌握”數型結”的方法和重要性.

五.鞏固練習, 深化認識

五.鞏固練習, 深化認識

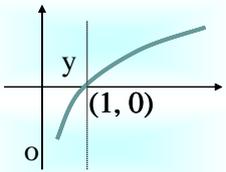
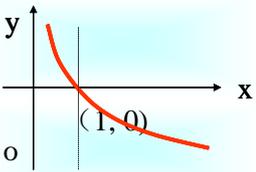
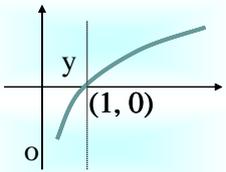
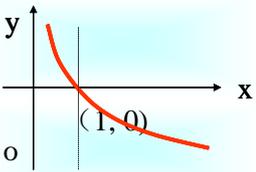
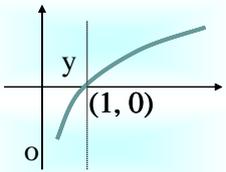
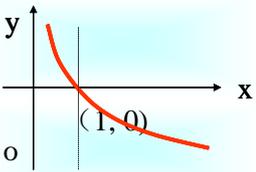
9.通過練習既鞏固了對數函

	<p>例1.求下列函數的定義域：</p> <p>1)$y = \log_2(x^2 - 4x - 5)$</p> <p>2)$y = \log_{x+1}(16 - 4^x)$</p> <p>解：(1)令$x^2 - 4x - 5 > 0$,得 $(x - 5)(x + 1) > 0$ \therefore 原函數的定義域為$\{x x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$</p> <p>(2)由$\begin{cases} 16 - 4^x > 0 \\ x + 1 > 0 \\ x + 1 \neq 1 \end{cases}$, 得$\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$</p> <p>$\therefore$ 原函數的定義域為$\{x -1 < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 2\}$</p> <p>練習1: 求下列函數的定義域</p> <p>(1)$y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\lg(x^2 + 2x - 3)}$</p> <p>(2)$y = \sqrt{\lg(2x - 3)}$</p> <p>答案：(1)$\{x x < -1 - \sqrt{5} \text{ 或 } -1 + \sqrt{5} < x < -3 \text{ 或 } x \geq 2\}$</p> <p>(2)$\{x x \geq 2\}$</p> <p>例2.比較大小：</p> <p>例.$\log_{\frac{1}{2}} 0.2, \log_{\frac{1}{2}} 0.21$</p> <p>解：$\because 0 < \frac{1}{2} < 1$</p> <p>$\therefore$ 對數函數$y = \log_{\frac{1}{2}} x$為減函數</p> <p>$\therefore \log_{\frac{1}{2}} 0.2 > \log_{\frac{1}{2}} 0.21$</p> <p>練習2. $\lg 1.1, \lg 1.11$</p> <p>答案：$<$</p>	<p>數的認識,又培養學生的數感.</p>
<p>五.課堂總結, 建立知識系統.</p>	<p>五.課堂總結</p> <p>【請同學總結今天的內容】</p>	<p>11.讓學生總結所學的內容,並找</p>

		知識的規律,作適當的類比和聯想,為以後的學習作基礎.
六.課後作業	數學 I: P194: 1-5	12.適量的功課使學生活學活用,鞏固知識.

第二節 對數函數的性質

學生	高一級	時間	40 分鐘
課題	第二節 對數函數的性質		
【教學內容】	1.掌握並熟練數形結合,這種數學中常用的思想方法; 2.在應用的過程中進一步理解對數函數的定義和基本性質; 3.培養對知識進行歸納概括,體會等價轉化思想在數學中的作用.		
【教學目標】	1.加強對數函數的基本性質和圖像的理解; 2.掌握數形結合的方法,了解對數函數之間的特徵; 3.體會從特殊到一般,抽象到具體的思維過程.		
【教學重點】	1.學會利用換元,化繁為簡等數學方法; 2.利用數形結合,掌握研究對數函數的分類和一般方法.		
【教學難點】	1.學會對數函數的圖像與性質的運用;		

	2.深化對數函數之間的內化關係.																			
【教學用具】	人教版數學 1,powerpoint,幾何畫板,工作紙.																			
教學過程	教學活動	設計意圖																		
一.溫故知新, 導入新課	<p>一.溫故知新,導入新課</p> <p>【請同學回答冪函數的定義和圖像步驟分別是什麼?】</p> <p>1.定義: 一般地,函数 $y = \log_a x, (a > 0, a \neq 1)$ 叫做對數函數. 其中 x 是自變量, 定義域是 $(0, +\infty)$, 值域是 $(-\infty, +\infty)$</p> <p>2.圖像與性質</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">對數函數 $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$</th> </tr> <tr> <th style="width: 50%;"></th> <th style="width: 50%;"></th> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">$a > 1$</th> <th style="text-align: center;">$0 < a < 1$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">  </td> <td style="text-align: center;">  </td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">(1) 定義域: $(0, +\infty)$</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">(2) 值域: $(-\infty, +\infty)$</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">(3) 過點 $(1, 0)$, 即 $x=1$ 時, $y=0$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">(4) $0 < x < 1$ 時, $y < 0$; $x > 1$ 時, $y > 0$</td> <td style="text-align: center;">(4) $0 < x < 1$ 時, $y > 0$; $x > 1$ 時, $y < 0$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">(5) 在 $(0, +\infty)$ 上是增函數</td> <td style="text-align: center;">(5) 在 $(0, +\infty)$ 上是減函數</td> </tr> </tbody> </table>	對數函數 $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$				$a > 1$	$0 < a < 1$			(1) 定義域: $(0, +\infty)$		(2) 值域: $(-\infty, +\infty)$		(3) 過點 $(1, 0)$, 即 $x=1$ 時, $y=0$		(4) $0 < x < 1$ 時, $y < 0$; $x > 1$ 時, $y > 0$	(4) $0 < x < 1$ 時, $y > 0$; $x > 1$ 時, $y < 0$	(5) 在 $(0, +\infty)$ 上是增函數	(5) 在 $(0, +\infty)$ 上是減函數	1.以問題 型式幫助 學生回憶 對數函數 的定義和 圖像,為 新課打下 基礎.
對數函數 $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$																				
$a > 1$	$0 < a < 1$																			
																				
(1) 定義域: $(0, +\infty)$																				
(2) 值域: $(-\infty, +\infty)$																				
(3) 過點 $(1, 0)$, 即 $x=1$ 時, $y=0$																				
(4) $0 < x < 1$ 時, $y < 0$; $x > 1$ 時, $y > 0$	(4) $0 < x < 1$ 時, $y > 0$; $x > 1$ 時, $y < 0$																			
(5) 在 $(0, +\infty)$ 上是增函數	(5) 在 $(0, +\infty)$ 上是減函數																			
二. 例題講解	二. 例題講解,鞏固練習	2.討論適 當的例 題,並在																		

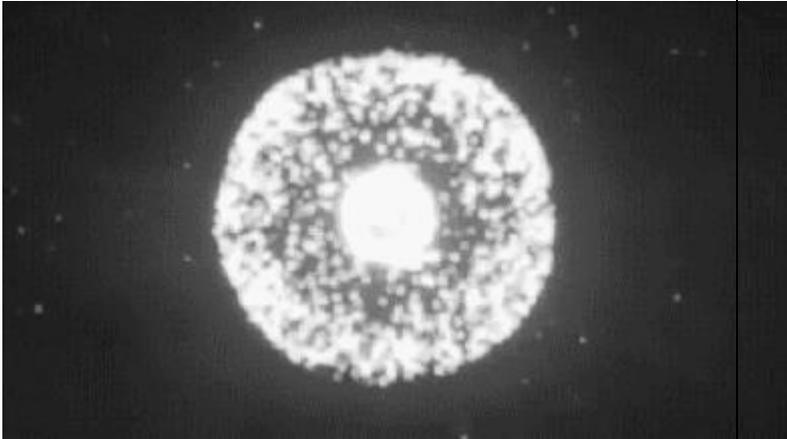
	<p>例1.已知$0 < a < 1, 0 < b < 1$,若$a^{\log_b(x-2)} < 1$,求x的取值範圍?</p> <p>解$\because 0 < a < 1$,</p> <p>$\therefore y = a^x$是減函數,</p> <p>由$a^{\log_b(x-2)} < 1 = a^0$得$\log_b(x-2) > 0$</p> <p>又$0 < b < 1$,</p> <p>$\therefore 0 < x-2 < 1$</p> <p>即$2 < x < 3$</p> <p>$\therefore x$的取值範圍為$(2,3)$.</p>	<p>例題中練習鞏固所學的知識和技巧.</p>
<p>三. 鞏固練習</p>	<p>三. 鞏固練習</p> <p>【以下的練習請同學獨立完成,並在完成後,請幾位同學在黑板上演算你的答案】</p> <p>練習1.求函數$f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x^2 - 6x + 5$的單調增區間.</p> <p>答案:$(-\infty, 1) \cup [3, 5)$</p>	<p>3.訓練學生的獨立思維和表達能力,在演算過程中建立自信.</p>
<p>四.知識深化和拓展延伸.</p>	<p>四.知識深化和拓展延伸.</p> <p>1.利用對數函數性質求解不等式</p> <p>例2.解不等式:$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x - 5) < \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$</p> <p>解$\because 0 < \frac{1}{2} < 1$</p> <p>$\therefore y = \log_{\frac{1}{2}} x$在$(0, +\infty)$上是減函數,</p> $\therefore \text{原不等式等價于} \begin{cases} x^2 - 4x - 5 > 0 \\ x^2 + 1 > 0 \\ x^2 - 4x - 5 > x^2 + 1 \end{cases}$ $\text{即} \begin{cases} x < -1 \text{ 或 } x > 5 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases} \therefore x < -\frac{3}{2}$ <p>\therefore原不等式的解集為$\left\{x \mid x < -\frac{3}{2}\right\}$</p>	<p>4.掌握對數函數的性質,結合題目的特徵,指導學生學會思考方向和解題技巧.</p>

	<p>練習2.解不等式：$\log_x(2x+1) > \log_x 2$ 答案：原不等式的解集為$(0, \frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$</p> <p>2.利用對數函數性質求解方程 例3.$\log_2(2^x + 1) \cdot \log_2(2^{x+1} + 2) = 2$ 例4.$x^{\log_2 x} = 32x^4$</p> <p>解：(3)原方程可化為 $\log_2(2^x + 1) \cdot \log_2[2(2^x + 1)] = 2$ $\log_2(2^x + 1) \cdot [1 + \log_2(2^x + 1)] = 2$ 令$t = \log_2(2^x + 1)$ 則$t^2 + t - 2 = 0$ 即$t = 1$或$t = -2$ 若$t = 1$,則$\log_2(2^x + 1) = 1$,解得$x = 0$ 若$t = -2$,則$\log_2(2^x + 1) = -2$,解得$2^x = -\frac{3}{4}$(捨去) 經檢驗,$x = 0$是原方程的解.</p> <p>解：(4)由題意$x > 0$ 方程兩邊取對數得$(\log_2 x)^2 = \log_2(32x^4)$ $\therefore (\log_2 x)^2 - 4\log_2 x - 5 = 0$ $\therefore (\log_2 x - 5)(\log_2 x + 1) = 0$ $\therefore \log_2 x = 5$或$\log_2 x = -1$ $\therefore x = 32$或$x = \frac{1}{2}$ 經檢驗$x = 32$或$x = \frac{1}{2}$都是原方程的解</p> <p>練習3.解下列方程： (1)$\log_2(x+1)^2 + \log_4(x+1) = 5$; (2)$x^{\lg x+2} = 1000$;</p> <p>答案：(1)$x = 3$;(2)$x = \frac{1}{1000}, 10$</p>	<p>5.例3及其練習中都有涉及到換元的思想,化繁為簡,把較難的題目化為簡單的題目,這種思想在解題過程中十分重要.</p>
<p>五.課堂總結, 建立知識系統.</p>	<p>五.課堂總結, 1.利用函數圖像的性質,不等式及方程的求解;</p>	<p>6.掌握函數的重要</p>

	2.在解題過程中結合”換元法”等是數學中常用的思想方法.	性質,在解題過程中靈活運用適當的方法和技巧,提高學生的思考和解題能力.
六.課後作業	數學 1:P195:7,10,P210:10	

第三節 對數函數的綜合練習及其應用

學生	高一級	時間	40 分鐘
課題	第三節 對數函數的綜合練習及其應用		
【教學內容】	1.學會運用對數函數解決實際問題的技巧和方法; 2.進一步強化對對數函數的定義和基本性質的認識.		
【教學目標】	1.全面了解運用對數函數解決實際問題,懂得理論實踐結合; 2.掌握對數函數的性質和一般的解題技巧.		
【教學重點】	1. 學會分析實際問題,並在實際問題中提煉出數學知識; 2.懂得對數函數在實際問題中的應用.		
【教學難點】	1.掌握數形結合,並作合理和適當的聯想和推導; 2.掌握和學會運用對數函數解決實際問題.		
【教學用具】	人教版數學 1,powerpoint,幾何畫板,工作紙.		
教學過程	教學活動	設計意圖	
一.理論實踐結	【在以下的問題中,請 5-8 位同學一組,合作解決,並在	1. 函數	

<p>合,全面掌握和 學會運用冪函 數解決問題</p>	<p>課後,選取一個題目進行研究】</p> <p>應用 1: 在生物學上的應用</p> <p>例1.現有某種細胞100個,其中有總數一半的細胞每小時分裂一次,即由1個細胞分裂成2個細胞,按這種規律發展下去,經過多少小時細胞總數可以超過10^{10}個?</p> <p>(參考數據: $\lg 2 \approx 0.3010, \lg 3 \approx 0.4771$)</p> <p>解: 設細胞總數$y$個與時間(小時)之間的函數關係為: $y = b \cdot a^x$.</p> <p>當$x = 1$時, $y = \frac{1}{2} \times 100 + \frac{1}{2} \times 100 \times 2 = \frac{3}{2} \times 100$;</p> <p>當$x = 2$時, $y = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 100 + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 100 \times 2 = \frac{9}{4} \times 100$;</p> <p>當$x = 3$時, $y = \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 100 + \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times 100 \times 2 = \frac{27}{8} \times 100$;</p> <p>分析可得$a = \frac{3}{2}, b = 100$</p> <p>$\therefore y = 100 \times \left(\frac{3}{2}\right)^x, x \in N^*$</p> <p>由$100 \times \left(\frac{3}{2}\right)^x > 10^{10}$, 得$\left(\frac{3}{2}\right)^x > 10^8$</p> <p>兩邊取常用對數, 得$x \lg \frac{3}{2} > 8$</p> <p>$\therefore x > \frac{8}{\lg 3 - \lg 2} \approx 45.45$</p> <p>答: 經過46小時, 細胞總數超過10^{10}個.</p> 	<p>模型的實際應用, 首先要提高讀題能力, 提煉數據能力, 處理數據的能力, 靈活的函數模型的能力, 才能逐步提高建模的能力.</p>
-------------------------------------	--	--

應用 2: 在經濟學上的應用

例2.甲將一萬元存在銀行,年利率7%,每半年複利一次,乙將10萬元存在另一銀行,年利率3%,每一年複利一次,則多少年後,甲的本利和就會超過乙的本利和?

解:依題意, $10000 \times (1.035)^{2n} > 100000 \times (1.03)^n$

$$\therefore 2n \log 1.035 > 1 + n \log 1.03$$

$$n(2 \log 1.035 - \log 1.03) > 1$$

$$\text{而 } 2 \log 1.035 - \log 1.03 \approx 0.017$$

$$\therefore n > \frac{1}{0.017} \approx 58.82,$$

\therefore 59年後甲的本利和會超過乙的本利和.



應用 3: 在人口控制學上的應用

例 3.某國人口在 1984 年時有 8320 萬人,1988 年時有 8830 萬人,

(1)若每年保持固定的人口成長率,則每年每 1000 人中平均增加多少人?

(2)若保持相同的人口成長率,要到西元哪一年,該國人口就會超過一億人?

2.把指數和對數互化是對數一種常見的應用,從實際的應用中,讓學生了解不同方面的知識間的聯繫,增進學生學習的主動和積極.

	<p>解：(1)設每年每1000人中平均增加x人,令$t = \frac{x}{1000}$,</p> <p>依題意,$8320(1+t)^4 = 8830$ $\therefore \log 8320 + 4\log(1+t) = \log 8830$ $\therefore 4\log(1+t) = \log 8830 - \log 8320 \approx 0.0259$ $\therefore t \approx 0.015$ $\therefore x = 1000t = 15(\text{人})$</p> <p>(2)設自1984年起第$n$年使全國人口超過1億人,則 $8320(1+t)^n \geq 10000$ $\therefore \log 8320 + n\log(1+t) \geq \log 10000$ $\therefore n\log(1+0.015) \geq 4 - \log 8320$ $\therefore n \geq 12.33$</p> <p>所以到$1984 + 13 = 1997$年,人口就會超過1億.</p> 	<p>3.學會分析實際問題,並在實際問題中分析出正確的數學表示,利用學會的知識突破難點.</p>
<p>二. 數學源于生活,也用于生活</p>	<p>小結 懂得運用數學知識解決生活中的問題和技巧.</p>	<p>4.讓學生在解決問題的過程中提高應用數學的能力.</p>
<p>三. 課後作業</p>	<p>數學 1:P209:5,6 試列出日常生活中運用冪函數的例子,並加以討論</p>	

叁、試教評估

在本單元的教學過程中,結合教材和教具,選取與內容密切相關的,典型的,豐富的和學生熟悉的素材,創設能夠體現數學的概念和結論,數學的思想和方法,以及數學應用的學習情境,使學生產生對數學的親切感,引發學生熱心向學地投入學習,此外,從實際生活中提煉出數學知識,有助學生對知識的形成和引起學生的興趣.

其次,對教學內容進行深入分析,並深入淺出地使學生理解知識中蘊含的數學思想方法,加強重點,突破難點,滲透能力培養,及數學應用意識和創新意識等.

在課後重點練習,並在解題中分析其數學思想方法,體現了習題作為鞏固知識,深化概念學習,深刻理解知識,開展研究性學習,應用知識解決實際問題,培養學生的數學能力,創新精神和實踐能力等.

同時,在每一節的最後加強冪、指、對函數的應用,把知識融入生活,讓學生瞭解冪、指、對函數的在各方面的實際應用和技巧,既提高學生的學習動機,也訓練學生的動手能力,在形成良好的數學基礎上,更好地運用在各科中,形成良好的學習循環和提高對數學的積極性.

肆、反思與建議

高一數學的代數作為高中數學的入門之一,對一般學生來說,並不算是一門簡單的科目.然而,在本單元的教學過程中,在教學形式上採取了啟發式,引導式,活動式,溫故知新等多種教學手段,從實際生活中提煉出數學知識,有助學生對知識的形成和引起學生的興趣.,並結合不同的課本,教具,多媒體等輔助工具,目的是希望學生能用最簡單,最有效的方法達到最有效能的學習.

在冪、指、對函數的教學上,最容易出現的情況是概念不清,技巧不熟練,學完就忘,當然,這是普遍科目,普遍學生都會出現的情況,然而,對於冪、指、對函數而言,其函數間的內在聯系是特別緊密的,只要學會冪、指、對函數的定義,其性質和

圖像就可以通過數形結合和函數間的內在結構產生和得到,並在生活中建立適當的模型,把知識靈活運用到不同的實際情境中,既能培養實際解決問題的能力,又能加深理解,那麼,學習就顯得輕鬆而事半功倍.

在代數的教學上,最常見的方法是由一般到特殊,或由特殊到一般,或利用適當的分類化歸的思想來思考問題,例如指數函數和對數函數的底數分類,培養歸納和概括能力,並進一步體會和掌握研究基本初等函數的一般思路與方法.從而函數的結構特徵和數學的邏輯思維得到培養,便能抽象出有關冪、指、對函數的本質屬性,形成概念,建立知識框架,提高學習效能.

通過學生的主體活動,了解知識與知識間的聯繫,知識與實際生活間的聯繫,並在課堂上和課後的延伸進行開放性的探討和研究,啟發學生手動和思考的能力,同時,學會用數學模型表示和研究一些日常生活中的問題,例如:利息和細胞分裂等,也加入了一些其他學科的應用,例如:生物科,物理科等,讓學生在更多的實際應用中得到啟發和實踐,培養學生求實創新的精神,並為今後進一步學習微積分和數學模型等打下基礎.

伍、投影片

- 一. 冪函數 POWERPOINT
- 二. 指數函數 POWERPOINT
- 三. 對數函數 POWERPOINT