2003 年教學設計獎勵計劃

概率

參選編號：C091

學科名稱：數學

適合程度：高二

目錄

簡介

教學計劃內容說明

參選編號：C091
學科名稱：高中代數
單元名稱：概率
教學對象：高二級學生
教學人數：45 人

教學目標

1. 使學生了解隨機事件的發生存在著規律
   - 律性和隨機事件的概率的意義，了解等可
   - 能性事件的概率的意義，會用排列、組合的
   - 公式計算一些等可能性事件的概率。

2. 了解互斥事件與相互獨立事件的意義，會用互斥事件的概率加法公式與相互獨立事件的概率乘法公式，計算一些事件的概率，會計算在 n 次獨立重複事件中恰好發生 k 次的概率。

3. 使學生認識通過大量重複試驗隨機事件發生與否均呈現一定的規律，這一規律對人類的生產和生活有很大的幫助，所以人們要發現它、研究它、利用它爲人類服務。

教學重點與難點

重點：

1. 隨機事件的概率，等可能事件的概率，互斥事件與相互獨立事件等概念以及它們計算概率的方法與公式。
2. 培養學生對各類事件的正確判斷和分析。

難點：

1. 等可能性事件、互斥事件和對立事件、相互獨立事件以及 n 次獨立重複試驗等各類事件的正確判斷。
2. 面對各個實際問題，如何能恰當地運用這些公式計算其概率。
3. 學生的判斷及分析能力得到實質性的提高。

教學時數

9 個教學課時(每課時為 40 分鐘)。

教學創意及特色

1. 由於概率理性較強又切合實際，所以發揮多媒體的作用，利用錄像把常見的、生動活潑的事件展示在同學們眼前，從而激發學生學習的興趣，增強他們的理解與想像。
2. 課室教學版面的設計別樹一格，運用了分區顯示，發揮不同的功效。
3. 學生親身參與、體會的活動教學，更能體現理論與實際相結合的作用。
4. 老師做到五多：多演示操作、多製圖、多列舉、多討論、多分析，為學生學習概率排難解惑。
5. 為了加強眾多定義的理解，老師採用問題式逐一提問，激發學生的思考，然後通過討論給予解答，再給出實例讓學生判斷，讓同學們能真正掌握這些概念的意義。

教學準備

1. 自制 PowerPoint 軟件一套(附有錄像片段)；
2. 電腦；
3. 投影片。

教材架構

由於一個課時是 40 分鐘，為了讓同學有更多練習、更多體會與感受，老師授課要做到精講。以下是每一節課的架構：

1. 創設問題情景，師生互動作答，從而較自然地引入新課或者講授新課。
2. 配以適當的錄像或投影片或者師生一起演示操作，加強實際感受，從而容易領會新鮮知識。
3. 講授新課中注意嘗試練習。
4. 鞏固練習，加強理解。
5. 師生共同小結，總結規律。
6. 解決學生提出的問題，佈置功課。

教學過程

見教案。

試教評估

由於概率這一章書理性與實踐性都較強，所以在教授這一章書時，學生聽課非常專心，又非常活躍，除了在課內積極參與動手外，還提出很多有趣的問題，甚至有同學提出計算中六合彩和到葡京賭博贏的機會有多大，從而認識到賭博是一個風險很大的玩意，絕對不可輕易嘗試。

所以這章書的設立很具教育意義，既可傳授知識，又可進行思想品德的教育。

反思與建議

由於本章書的概念很多，理性較強，概念與概念間不易區分，所以在教學設計上，構思盡量豐富，形式盡量多樣，比如：問答式、填空式、討論分析、操作演示等等以加強對定義的理解與區分。又鑒於這章書實踐性題目較豐富，文字較多，動畫較少，所以這個課件在教學過程應用中，要注意活動教學，讓學生多參與、多實踐，以達至最好的教學效果。

對於課件的製作，我們正在學習和摸索當中，且時間緊迫，故有不足之處，敬希指正。

參考資料

教材：人民教育出版社----高中代數(下)

參考書

1. 南京大學出版社----名師答題・課課難題大突破・高二數學
2. 華東師範大學出版社----點擊名師・高二數學
3. 華東師範大學出版社----點擊名師・高考數學

課件播放要求

最佳播放環境：Office XP

第十章　概率

第一節

課題：10.5 隨機事件的概率

教學目的

1. 使學生初步瞭解什麼叫必然事件，什麼叫不可能事件，特別是瞭解隨機事件及其概率的意義，以及如何求事件的概率的方法。
2. 使學生瞭解隨機事件的發生是存在著規律性，並且使之爲人類服務。

教學重點與難點

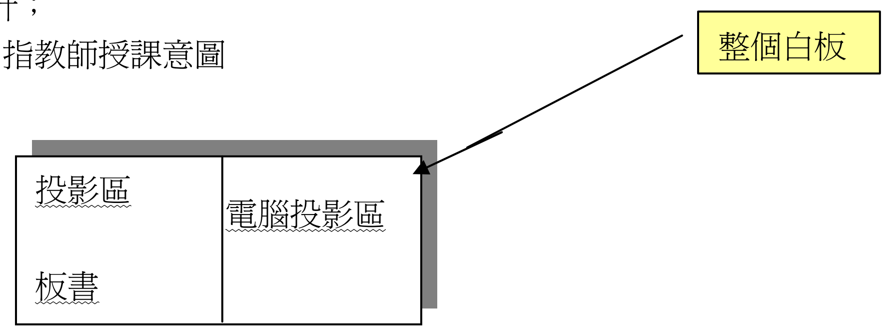
本節課重點與難點都是隨機事件的概率的定義及其求解方法。

教學準備

1. 幻燈投影片一份；
2. 電腦課件一份.

說明

1. 板面設計；
2. 凡【】，指教師授課意圖



教學過程

1. 新課引入。(15’)

【創設問題情景，師生互動作答，從而比較自然地闡述三種事件的定義。】

教師引言：在我們的現實世界中，會碰到許多事件。(打出投影片一)

投影片一：

在一定條件下必然要發生的事件，叫必然事件。 在一定條件下不可能發生的事件，叫不可能事件。 在一定條件下可能發生也可能不發生的事件，叫隨機事件。

問題 1

以下請同學們看幾段錄像，並作出判斷，哪些是必然事件？哪些是不可能事件？哪些又是隨機事件？

錄像 1：紙飛機在空中飛行

由於萬有引力定律，紙飛機最後也會跌在地上——必然事件。

錄像 2：某地冬天雪景，大雪紛飛。

飛雪落地——必然事件。

錄像 3：教師辦公室裡熱水箱開水沸騰。

標準大氣壓下，水的溫度達到 100°C 時沸騰——必然事件。

錄像 4：澳門氹仔大橋風光下的海水水面。

標準大氣壓下，常溫(25°C)水結冰——不可能事件。

錄像 5：普通的木造結他

不論你怎樣用力彈，結他上的五條弦都不會斷——不可能事件。

錄像 6：張小五在籃球場打籃球。

他投出的球可能入球，也可能不入球——隨機事件。

錄像 7：陳大文同學投擲硬幣。

可能出現正面，也可能出現反面——隨機事件。

錄像 8：澳門觀光塔的美麗風光。

2004 年的 9 月 1 日，可能下雨，也可能不下雨——隨機事件。

2. 概率的定義的引入(統計定義)：(22’)

(1) 【承上啓下，提出要對隨機事件特別進行研究，其意義何在，作比較簡潔的討論，並作小結。】

教師：從以上錄像與討論，同學們容易懂得何謂必然事件，何謂不可能事件，又何謂隨機事件。必然事件與不可能事件容易理解，但是這個隨機事件也可能發生，也可能不發生，好像不可捉摸，我們為何要討論呢？

【組織同學討論，教師並作簡明小結】

老師指出：隨機事件在一次試驗(必須說明何謂一次試驗，指將事件的條件實現一次)是否發生我們不能事先把握它，但是在大量重複的試驗的情況下，它的發生與否將會呈現出一定的規律性。這種要呈現的規律，從來人們都要研究它，利用它，從而爲人類服務、造福。

(2) 【爲闡述並能讓學生掌握什麼叫隨機事件的概率與求解方法，提出問題 2 與問題 3。細緻地分析問題 2 並派發問題 3 紙卡，讓同學們思考，並讓其中一人演板作答。引導同學們討論。】

問題 2：對某廠家生產的一批乒乓球進行抽查，結果如下所示：(表格一)

抽取次數 n	50	100	200	500	1000	2000
優等品數 m	45	92	194	470	954	1902
優等品頻率 $\frac{m}{n}$	0.9	0.92	0.97	0.94	0.954	0.951

解答：計算出優等品的頻率 $\frac{m}{n}$ 。當抽查的球數很多時，抽到優等品的頻率 $\frac{m}{n}$ (何謂頻率？指優等品的個數 m 與抽取的球數 n 的比)接近於常數 0.95，並在它附近擺動。那麼這個常數 0.95，我們就說抽查乒乓球得到優等品的概率是 0.95。就是說，從這一批乒乓球中任意抽取一個，取到優等品可能性是 95%。我們可以說，我們比較相信這個廠家的乒乓球的質量。

問題 3【學生課堂練習】：某射手在同一條件下進行射擊，結果如下表所示(表格二)

射擊次數 n	10	20	50	100	200	500
擊中靶心次數 m	8	19	44	92	178	455
擊中靶心頻率 $\frac{m}{n}$	0.8	0.95	0.88	0.92	0.89	0.91

解答：【說明：由學生計算頻率 $\frac{m}{n}$ ，並指出那個常數是什麼，並作出事件一的分析。至於那個常數，有的同學說是 0.90，又有同學說 0.91，或者其他時，可指出不奇怪，允許取不同的那個常數。但必須再一次闡述，這個常數是各個頻率接近的常數，並在它附近擺動。因此，這個常數取大家認識比較統一的數。】

(3) 給概率下定義：

隨機事件概率的定義：

在大量重複進行同一試驗時，事件 A 發生的頻率 $\frac{m}{n}$ 總是接近於某個常數，並在它附近擺動，則把那個常數叫做事件 A 的概率，記作 P(A)。且 $0 \le P(A) \le 1$ 。

【為了讓學生明瞭概率的定義，可提出問題 4、問題 5 討論】

問題 4：上述概率的定義，還為我們提示了求事件的概率的基本方法，這個基本方法是什麼？

解答：進行大量的重複同一試驗，計算這個事件發生的各個頻率，找出比較接近某數的那個常數。那麼這個常數就是所要求的概率。

問題 5：為什麼有 $0 \le P(A) \le 1$？

解答：記隨機事件 A 在 n 次試驗中發生了 m 次，所以 $0 \le m \le n$，

各除以 n，$\frac{0}{n} \le \frac{m}{n} \le \frac{n}{n}$，

得 $0 \le \frac{m}{n} \le 1$

故 $0 \le P(A) \le 1$ 。

這說明，不可能事件的概率是 0，必然事件的概率是 1。

3. 小結：(2’)

本節課，我們學習了何謂必然事件，何謂不可能事件，何謂隨機事件，還學習了隨機事件的概率的定義與求解方法，請同學們認真掌握。

4. 作業：(1’)P114，練習 1： (1)、(2) 、(3) 、(4) 、(5) 、(6) 3

第二節

課題：10.5 隨機事件的概率------等可能事件性的概率(1)

教學目的

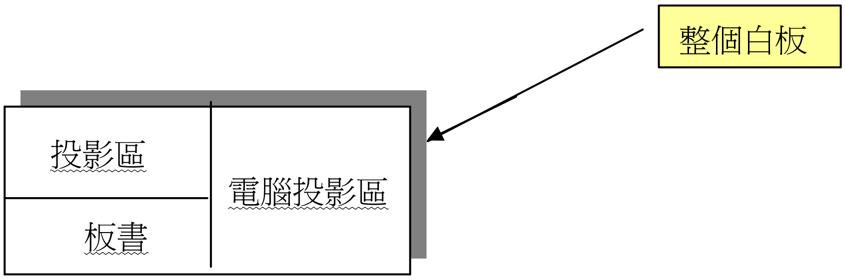
使學生瞭解等可能性事件概率的意義，能夠運用排列組合的基本公式計算等可能性事件的概率。

重點與難點

重點是等可能性事件概率的定義與計算公式及其運用。難點是等可能事件概率的意義與求法。爲突破難點，將通過生活實際與生產實際的例子，師生一齊操作，討論與分析，從而初步體會與理解，並得求解方法。

教學準備

1. 投影兩份；
2. 硬幣與骰子各一件；
3. 電腦製作一件。



說明

1. 版面設計
2. 凡【 】是指教師授課意圖。

教學過程

1. 複習：(5')

   【出示問題 1，複習隨機事件的概率的定義與求法，運用填充法回答，從而自然地引入新課，求解隨機事件概率的另一種方法。】

問題 1：隨機事件的概率是怎樣定義的？

答：大量重複進行同一試驗時，事件 A 發生的頻率 $\frac{m}{n}$ 總是接近某個常數，在它附近擺動，我們把這個常數就叫事件 A 的概率，記爲 P(A)。

老師小結：這種通過求頻率的方式獲得概率的方法，稱謂概率的統計定義。這種方式要通過大量重複試驗。還有沒有其他方法，不必通過大量重複試驗，而只要一次試驗獲得概率？回答是肯定的，有。我們今天要介紹：等可能事件的概率。

2. 引入新課：(33')

(1)【通過兩個試驗，演示操作，分析討論，最後上升到理性，何謂基本事件，何謂等可能事件，何謂等可能事件的概率以及計算方法。並且指出，這種等可能事件的概率又稱謂隨機事件概率的古典定義，與前面所述隨機事件概率通過大量重複試驗的結果是一致的。】

試驗 1：投擲硬幣，並記下出現正面向上的次數，並求出頻率。

【一名學生拋擲硬幣，一名學生演板記錄出現正面的次數，並計算出頻率 $\frac{m}{n}$ 。

讓課堂氣氛活躍，同學有興趣投入，不必擔心頻率 $\frac{m}{n}$ 出入很大。】

表 1(利用幻燈投影片把表格投影在白板上)：

【投影片二】

拋擲次數(n)	2	4	8	12	20
正面向上次數 (頻數 m)					
頻率 $\frac{m}{n}$					

表 2：(歷史上有人作過拋擲硬幣的大量重複試驗獲得的結果)

拋擲次數(n)	2048	4040	12000	24000	30000	72088
正面向上次數 (頻數 m)	1061	2049	6019	12012	14984	36124
頻率 $\frac{m}{n}$	0.5181	0.5069	0.5069	0.5005	0.4996	0.5021

教師小結：我們看到，當拋擲硬幣的次數很多時，出現正面的頻率值是穩定的，

接近於常數 0.5，在它附近擺動，所以拋擲硬幣出現正面的概率是 $\frac{1}{2}$ 。

教師分析：事實上，拋擲一枚均勻的硬幣，可能出現的結果只有 2 個：正面向上，或者反面向上。由於硬幣是均勻的，可以認爲出現這 2 種結果的可能性是相等的。因此，我們可以認爲出現“正面向上”的概率是 $\frac{1}{2}$。同樣，出現“反面向上”的概率也是 $\frac{1}{2}$。這種分析與前面所述大量重複試驗的結果是一致的。

試驗 2：拋擲一個骰子，記下落地向上的數是 3 的次數，並求出頻率。【與試驗 1 操作相同】

表 3 (利用投影片把表格投影在白板上) ：

【投影片三】

拋擲次數(n)	6	12	18	24
落地時向上的數是 3 的次數(頻數 m)				
頻率 $\frac{m}{n}$				

教師分析：事實上，拋擲一個骰子，落地時向上的數，可能有 6 種結果，即 1、2、3、4、5、6。由於骰子是均勻的，可以認爲出現這 6 種結果的可能性都是相等。所以出現每一種結果的概率都是 $\frac{1}{6}$。因此，出現落地向上的數字是 3 的概率是 $\frac{1}{6}$。這與大量重複試驗的結果是一致的。

【此時，出示問題 2，鞏固與加強等可能性結果的思維。】

問題 2：拋擲骰子，骰子落地時向上的數是 3 的倍數的概率是多少？

解答：因爲向上的數字是 3 的倍數有 2 種情形：3、6。出現這兩種結果的可能性是相等的，所以出現“向上的數是 3 的倍數”這一事件(記作事件 A)的概率爲 $P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

【此時，給若干個概念下定義】

何謂基本事件──指一次試驗連同其中可能出現的每一個結果稱爲一個基本事件。

何謂等可能性事件──如果一次試驗中可能出現的結果有 n 個，而且這 n 個結果出現的可能性都相等，那麼這個事件稱爲等可能性事件。

如何求解等可能性事件的概率──一次試驗中有 n 個基本事件組成，而且這 n 個基本事件是等可能性事件，那麼每一個基本事件的概率都是 $\frac{1}{n}$。如果某個事件 A 包含的結果有 m 個，那麼事件 A 的概率爲

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

(2) 【出示問題 3，作爲新授知識的鞏固練習】

問題 3：【P116，例 2】

一個口袋內裝有大小相等的 1 個白球和已編有不同號碼的 3 個黑球，從中摸出 2 個球

(1)共有多少種不同的結果？

(2)摸出 2 個黑球有多少種不同的結果？

(3)摸出 2 個黑球的概率是多少？

解：(1)從裝有 4 個球的口袋內摸出 2 個球共有 $C_4^2=6$ 種不同的結果。如下所列：

白黑$_1$、白黑$_2$、白黑$_3$、黑$_1$黑$_2$、黑$_1$黑$_3$、黑$_2$黑$_3$。

(2)從 3 個黑球中摸出 2 個球，共有 $C_3^2=3$ 種不同的結果，如下所列：

黑$_1$黑$_2$、黑$_1$黑$_3$、黑$_2$黑$_3$。

(3)由於口袋內 4 個球的大小相等，從中摸出 2 個球的 6 種結果是等可能性的。又在這 6 種結果中，摸出 2 個黑球的結果有 3 種，因此從中摸出 2 個黑球的概率是

$$P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

答：從口袋內摸出 2 個黑球的概率是 $\frac{1}{2}$ 。

3.　小結：(1’)

【概括本節課所授的主要內容，要求大家好好讀書 P115---P116 的例 2 爲止】

4.　作業：(1’)

(1)　認真讀書 P115---P116 的例 2 止

(2)　P120 的習題 10.5：1.(1)、(2)、(3)

第三節

課題：10.5 隨機事件的概率------等可能性事件的概率(2)

教學目的

進一步提高學生運用排列組合的基本公式求解等可能性事件的概率的能力。

重點與難點

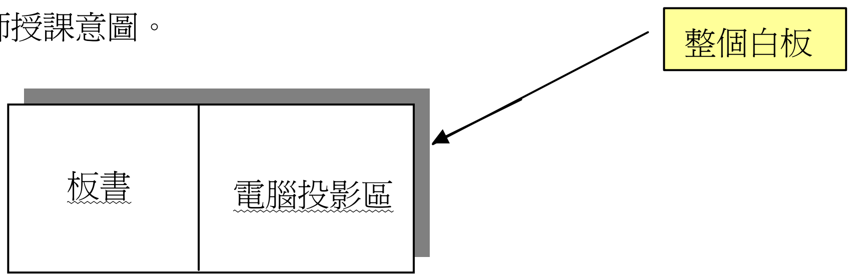
重點是如何計算等可能性事件的概率。難點是面對各種實際問題，如何求解概率計算公式 $P(A)=\frac{m}{n}$ 中的 n 與 m。爲突破這一難點，老師要做到多分析多討論，多制圖多列舉，注意字母 n 與 m 的形象具體。

教學準備

電腦製作一件。

說明

1. 版面設計。
2. 【 】指老師授課意圖。



教學過程

1. 複習：(10’)

【出示問題 1、2，既有定義回顧，又有等可能性事件求解方法複習。】

問題 1：怎樣求解等可能性事件的概率？

答：【運用填充法回答】

如何求解等可能性事件的概率——一次試驗中有 n 個<u>基本事件</u>組成，而且這 n 個基本事件是<u>等可能性事件</u>，那麼每一個基本事件的概率都是 $\frac{1}{n}$。如果某個事件 A 包括的結果有 <u>m</u> 個，那麼事件 A 的概率爲 $P(A)=\underline{\frac{m}{n}}$。

問題 2：P119 練習：1(1)~(4)

先後拋擲 2 枚均勻的硬幣

(1)一共可能出現多少種不同的結果？

(2)出現“1 枚正面、1 枚反面”的結果有多少種？

(3)出現“1 枚正面、1 枚反面”的概率是多少？

(4)有人說，“一共可能出現‘1 枚正面’、‘1 枚反面’、‘1 枚正面，1 枚反面’這 3 種結果，因此出現‘1 枚正面，1 枚反面’的概率是 $\frac{1}{3}$ ．”這種說法對不對？

解：(1)將硬幣拋擲一次有 2 種結果，再拋擲一次又有 2 種結果，根據分步計數原理，將硬幣拋擲 2 次一共有 $2\times 2=4$ 種不同的結果．如下所列：

(正，正)、(正，反)、(反、正)、(反、反)。

(2)在上面的結果中，出現“1 枚正面、1 枚反面”的結果有 2 種，即(正，反)、(反、正)。

(3)將 2 枚硬幣先後拋擲，一共有 4 種不同的結果，而且這 4 種的結果是等可能性的，所以出現“1 枚正面、1 枚反面”的概率是 $P(A)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

(4)不對。因爲“1 枚正面，1 枚反面”和“1 枚反面，1 枚正面”是不同的兩個結果，所以有人說的那 3 種結果不是等可能性的，所以概率 $\frac{1}{3}$ 是錯誤。

2.　新課引入(28’)

【以下舉例，師生共同分析討論，努力讓 $P(A)=\frac{m}{n}$ 中的 n，m 形象具體。當基本事件總數較多或難以直接列舉時，可利用排列組合等知識求出 n 與 m。】

問題 3：(P116，例 3)

將骰子先後拋擲 2 次，計算：

(1)一共有多少種不同的結果？

(2)其中向上的數之和是 5 的結果有多少種？

(3)向上的數之和是 5 的概率是多少？

解：【發卡片給每位同學，學生先思考作答，然後演板，全班討論，給出解答。正確解答如教科書 P116，例 3 給出。此處略】

問題 4：(P120，習題 10.5：3)
將一枚硬幣連擲 3 次，出現“2 個正面，1 個反面”和“1 個正面，2 個反面”的概率是多少？
解：將一枚硬幣連擲 3 次，根據分步計數原理一共有 2x2x2=8 種不同的結果，由於硬幣是均勻的，所以這８種結果是等可能性的。如下所列：
(正，正，正)、(正，正，反)、(正，反，正)、(正，反，反)、(反，正，正)、(反，正，反)、(反，反，正)、(反，反，反)

所以出現“2 個正面，1 個反面”的概率是 $P(A)=\frac{3}{8}$

同理，出現“1 個正面，2 個反面”的概率是 $P(B)=\frac{3}{8}$

問題 5：(P117，例 4)
【如教科書 P117 的解答講解，此處略。】

問題 6：(P120，習題 10.5：6)
一年按 365 天計算，兩名學生的生日相同的概率是多少？
解：1 名學生的生日有 365 天某一天，所以有 365 種結果，第 2 名學生的生日也有 365 種結果，根據分步計數原理，一共 365x365=133225 種結果。由於生日是在 365 天中的某一天這種結果是等可能性的。他倆的生日相同比如都是 6 月 25 日這一天，即(6 月 25 日，6 月 25 日)這種生日相同共有 365 種結果。所以他倆生日相同(記爲事件 A)的概率是

$$P(A)=\frac{365}{133225}=\frac{1}{365}$$

3. 小結：(1’)
本節課主要討論了如何求解等可能性事件的概率。注意之處，一要弄清楚所給問題的可能性結果是否是等可能性的。只有等可能性的才能按 $P(A)=\frac{m}{n}$ 公式進行計算；二要注意利用排列組合的思想計算 n 與 m。

4. 作業：(1’)
P120，習題 10.5：7，10

第四節

課題：10.6 互斥事件有一個發生的概率(1)

教學目的

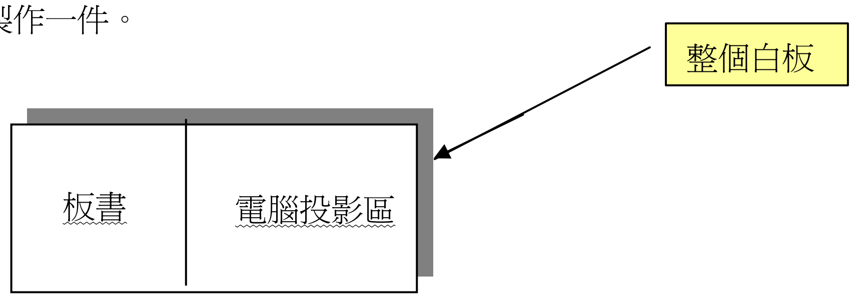
使學生初步瞭解互斥事件和對立事件的意義。

重點與難點

重點與難點都是對互斥事件與對立事件意義的認識與理解。為突破這些難點，舉一些正反面實例讓學生作出判斷，然後分析講解。

教學準備

1. 7 個紅球，2 個綠球，1 個黃球(大小一樣)和一個盒子。
2. 電腦製作一件。



說明

1. 版面設計。
2. 【 】指老師授課意圖。

教學過程

1. 直接導入新課(36')

【由於本節互斥事件內容涉及概念較多，也不易分辯，考慮用問題式逐一提問，首先激發學生的思考，然後討論式給予解答。再用實例讓學生判斷，從而真正掌握這些概念的意義。】

問題 1：何謂互斥事件？

【老師與學生共同演示操作如下：端出盒子，內裝有 10 個大小相同的小球，其中 7 個紅球，2 個綠球，1 個黃球，並且板書：

從盒子摸出一個球，得到紅球，記為事件 A，

從盒子摸出一個球，得到綠球，記為事件 B，

從盒子摸出一個球，得到黃球，記為事件 C。

結合教科書 P125 內容獲得互斥事件的定義】

答：不可能同時發生的兩個事件叫互斥事件。

問題 2：何謂彼此互斥？
答：如果事件 A_1，A_2，．．．．，A_n 中的任何兩個都是互斥事件，那麼說事件 A_1，A_2，．．．．，A_n 彼此互斥。

問題 3：何謂對立事件？
【老師可依照教科書 P125 的內容闡述對立事件的定義與記法，出示題 4 題 5，對(A)、(B)、(C)、(D)逐一討論，從而可加強對互斥事件與對立事件的認識與理解。】
答：兩個互斥事件，其中必有一個發生，這樣的兩個互斥事件叫對立事件。

(1) 問題 4：從 1，2，3，．．．．，9 這 9 個自然數中任取兩個數，分別有下列事件：恰有一個奇數和恰有一個偶數；
(2) 至少有一個奇數和兩個都是奇數；
(3) 至少有一個奇數和兩個都是偶數；
(4) 至少有一個奇數和至少有一個偶數。

其中爲互斥事件的是

A．(1)　　B．(2)(4)　　C．(1)(3)　　D．(3)

答：C 正確
【老師的分析解答：
A：恰有一個奇數(比如 3)和恰有一個偶數(比如 6)在一次試驗中，不可能同時發生，所以是互斥事件。
B：至少有一個奇數(包含了有一個奇數與有兩個奇數兩種情形)和兩個都是奇數，在一次試驗中，可能同時發生，所以非互斥。
C：由 B 的分析，知道在一次試驗中，不可能同時發生，所以是互斥事件。
D：同樣由 B 的分析，在一次試驗中，至少有一個奇數和至少有一個偶數，將可以同時發生，所以非互斥。】

問題 5：(教科書 P127.練習.1)
【製成卡片，每位同學派發，然後學生討論作答，再由老師小結】
判別下列每對事件是不是互斥事件，如果是，再判別它們是不是對立事件。
從一堆產品(其中正品與次品都多於 2 個)中任取 2 件，其中：

(1) 恰有 1 件次品和恰有 2 件次品；
(2) 至少有 1 件次品和全是次品；
(3) 至少有 1 件正品和至少有 1 件次品；
(4) 至少有 1 件次品和全是正品。

答：(1)在一次試驗中，它們不可能同時發生，所以是互斥事件。但是它們並不是必有一個發生，比如恰有 2 件正品發生，所以不是對立事件。

(2)至少有 1 件次品包含了有 1 件次品和有 2 件次品兩種情形，而全是次品是 2 件次品情形，在一次試驗中，是同時發生了，所以不是互斥事件。(更不是對立事件)

(3)由(2)的分析，在一次試驗中，至少有 1 件正品和至少有 1 件次品可能同時發生，所以不是互斥事件。

(4)至少有 1 件次品包含有 1 件次品和有 2 件次品兩種情形，和全是正品(即 2 件正品)，在一次試驗中不可能同時發生，所以是互斥事件，又因爲必有一個發生，所以是對立事件。

問題 6：(P127.練習，2)

【製成卡片，每位同學派發，討論作答】

拋擲一個骰子，記 A 爲事件“落地時向上的數是奇數”，B 爲事件“落地時向上的數是偶數”，C 爲事件“落地時向上的數是 3 的倍數”，判別下列每對事件是不是互斥事件，如果是，再判別它們是不是對立事件。

(1) A 與 B　　　　(2) A 與 C　　　　(3) B 與 C.

答：(1)A 與 B，在一次試驗中，事件 A 與事件 B 不可能同時發生，所以是互斥事件。並且它們必有一個發生，所以是對立事件。

(2)A 與 C，因爲事件 A 可以有 3 這個數，事件 C 也可以有 3 這個數，在一次拋擲中，同時發生，所以不是互斥事件，也不是對立事件。

(3)B 與 C，因爲事件 B 中可以有 6 這個數，事件 C 中也可以有 6 這個數，可同時發生，所以不是互斥事件，也不是對立事件。

2.　小結：(2’)

本節課主要介紹了互斥事件，對立事件的意義。

何謂互斥事件──不可能同時發生的兩個事件。 何謂對立事件──兩個互斥事件中，必有一個發生的，這樣兩個事件叫對立事件。

同學們課後認真讀書 P125 的課文，真正弄懂這些定義的意義。

3.　功課：(2’)

1. 1 口袋中裝有 3 個白球，3 個黑球，從中任取 2 個球，在下列事件中是對立事件的爲(　　　　)

   A. 恰有一個白球和恰有兩個白球；

   B. 至少有一個白球和全是白球；

C. 至少有一個白球和至少有一個黑球；
D. 至少有一個白球和全是黑球。

2. P128，習題 10.6：2

第五節

課題：10.6　互斥事件有一個發生的概率(2)

教學目的

1. 使學生進一步掌握互斥事件與對立事件的意義。
2. 使學生掌握互斥事件的概率加法公式和對立事件概率的和等於 1 公式，並能熟練地運用這些公式計算概率。

重點與難點

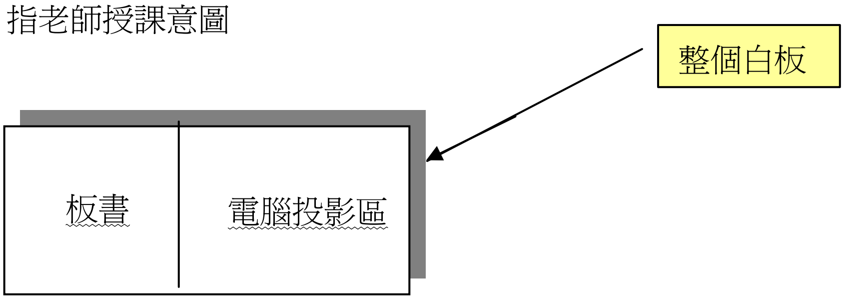
重點與難點都是互斥事件的概率與對立事件的概率計算公式的運用。為突破難點，注意培養學生分類討論的思想方法將複雜的事件分解出一系列互斥事件的和，再利用概率計算公式計算。

教學準備

電腦製作 1 件。

說明

1. 版面設計
2. 用【】指老師授課意圖



教學過程

1. 複習(3’)

題 1：何謂互斥事件？何謂對立事件？

答：【填空式回答】

何謂互斥事件-----不可能同時發生的兩個事件。

何謂對立事件-----兩個互斥事件，其中必須有一個發生，這樣的兩個互斥事件叫對立事件。

2. 引入新課(33’)

【採用問題式進行】

題 2：何謂事件 A+B？

【依照教科書 P125 內容，用實例“從盒中摸出 1 個球，得到紅球或綠球”說明】

答：在一次試驗中，事件 A 或事件 B 中至少有一個發生就表示它發生，記爲事件 A+B。

題 3：如何求事件 A+B 的概率？

【依照教科書 P125 內容，用實例“從盒中摸出 1 個球，得到紅球或綠球”說明，從而得到一般計算公式】

答：P(A+B) = P(A)+P(B)

就是說：如果事件 A 與事件 B 互斥，那麼事件 A+B 發生(即 A，B 中有一個發生)的概率等於事件 A，事件 B 分別發生的概率的和。把這個公式稱謂互斥事件的概率加法公式。

一般情形是：$P(A_1+A_2+\ldots+A_n) = P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)$

題 4：如何求對立事件的概率？

答：根據對立事件的意義，$A+\overline{A}$ 是一個必然事件，它的概率於 1，又由於 A 和 $\overline{A}$ 互斥，所以

$$P(A)+P(\overline{A})=P(A+\overline{A})=1$$

或者 $P(\overline{A})=1-P(A)$。

老師小結：今天我們主要學習了互斥事件的概率加法公式和對立事件的概率計算公式，

互斥事件概率加法公式--- P(A+B) = P(A)+P(B)
對立事件概率計算公式--- $P(A)+P(\overline{A})=P(A+\overline{A})=1$ 或 $P(\overline{A})=1-P(A)$

題 5：(P126，例 1)

【解答依照 P126 例 1 講授，此處略】

題 6：(P128，習題 10．6 的第 4 題)

【製作卡片，學生作答，由一名學生演板，引起全班同學共同討論，得到答案】

某射手在一次射擊中射中 10 環、9 環、8 環的概率分別是 0.24、0.28、0.19，計算這個射手在一次射擊中：

(1) 射中 10 環或 9 環的概率；

(2) 不夠 8 環的概率。

答：(1) 記“射中 10 環”爲事件 A，“射中 9 環”爲事件 B，“射中 8 環”爲事件 C，“射中不夠 8 環”爲事件 D。

∵事件 A、B、C 爲兩兩互斥事件，

∴P(A+B)=P(A)+P(B)=0.24+0.28=0.52

(2) ∵事件 D 與事件(A+B+C)爲對立事件

∴P(D) = 1－P(A+B+C)=1－(0.24+0.28+0.19)=1－0.71=0.29

題 7：(P126、例 2)

【解答依照題 7(P126、例 2)解法 1 與解法 2 講授，此處略。

注意小結：像例 2 這樣，在求某些稍複雜的事件的概率時，通常有兩種方法：一是將所求事件的概率化成一些彼此互斥事件的概率的和；二是先去求此事件的對立事件的概率。】

3. 小結：(3’)

今天這節課主要學習了兩個計算概率的公式，出示兩個公式。另外，在計算某些稍複雜的事件的概率時，注意通常有兩種方法，並且第 2 種方法用得好，非常簡潔明瞭。

方法一：將所求的事件的概率化成一些彼此互斥事件的概率的和； 方法二：如果兩件事件恰好是對立事件，可先求此事的對立事件的概率。

4. 功課：(1’)

P128 習題 10·6 的第 5、第 6 題。

第六節

課題：10·7　相互獨立事件同時發生的概率
　　　相互獨立事件及其同時發生的概率(1)

教學目的

1. 使學生初步瞭解相互獨立事件的意義。
2. 使學生初步掌握相互獨立事件同時發生的概率乘法公式與應用。

重點與難點

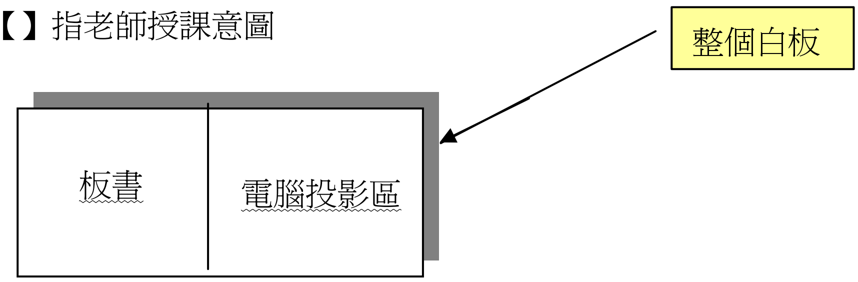
重點是相互獨立事件的概念，獨立事件同時發生的概率計算。難點是對事件是否爲相互獨立事件的判斷，爲突破這一難點，可安排一些獨立事件的正反實例，讓學生從比較中真正掌握這一概念。

教學準備

1. 甲壇、乙壇、5 個白球、4 個黑球。
2. 電腦製作 1 件。

說明

1. 版面設計參致右圖|
2. 用【】指老師授課意圖



教學過程

1. 直接引入新課

【由於本節又有新的概念：相互獨立事件及其概率計算，考慮仍用問題式提問方式，首先激發學生思考，然後歸納總結，並配以一兩個正反實例讓學生作出判斷，從而讓學生真正掌握這些概念的意義】

題 1：何謂相互獨立事件？

【老師或學生共同演示操作如下：端出兩壇子，分別裝有 3 白 2 黑與 2 白 2 黑的球。並且板書：

從甲壇子裏摸出 1 個球，得到白球，記爲事件 A；從乙壇子裏摸出 1 個球，得到白球，記作事件 B。並結合教科書 P129 內容獲得相互獨立事件的定義。】

答：事件 A(或 B)是否發生對事件 B(或 A)發生的概率沒有影響，這樣的兩個事件叫做相互獨立事件。

題 2：從 1 至 9 九個數中，依次隨機地取出 2 個數，設事件 A 爲“第一次取得奇數”，事件 B 爲“第二次取得奇數”，試問在下列情形下取數時，事件 A 與 B 是否相互獨立: (1) 有放回；(2)無放回。

【給 3 至 5 分鐘學生思考與討論，老師小結】

答：(1) 有放回情形：第一次取得奇數時，第二次取得奇數的概率爲 P(B)=5/9；若第一次取得偶數時，第二次取得奇數的概率仍爲 $P(B)=\frac{5}{9}$，由此可見，事件 A 的發生與否對事件 B 的發生的可能性大小沒影響。因此，事件 A 與 B 相互獨立。

(2) 無放回情形：第一次取得奇數時，第二次取得奇數的概率爲 $P(B)=\frac{4}{8}$；若第一次取得偶數時，第二次取得奇數的概率爲 $P(B)=\frac{5}{8}$。很明顯，事件 A 的發生與否對事件 B 的發生的可能性大小有著直接的影響。因此，事件 A 與 B 不是相互獨立事件。

題 3：何謂事件 A·B？

答：“從兩個壇子裏分別摸出 1 個球，都是白球”是 1 個事件，它的發生，就是事件 A、B 同時發生，記作事件 A·B。

題 4：如何求事件 A·B 的概率？

【依照教科書 P129~P130 的內容，從實例“從甲壇乙壇裏分別摸出 1 個球，它們都是白球”說明。】

答：$P(A\cdot B) = P(A)\cdot P(B)$

這就是說，兩個相互獨立事件同時發生的概率等於兩個事件發生的概率的積。這個公式叫相互獨立事件的概率乘法公式。一般情況是：

$$P(A_1\cdot A_2\cdot\ldots A_n) = P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot\ldots P(A_n)$$

教師小結：今天我們主要學習了相互獨立事件的意義，乘法公式。

何謂相互獨立事件----事件 A(或 B)是否發生對事件 B(或 A)發生的概率沒有影響，這樣的兩個事件叫做相互獨立事件。

相互獨立事件的概率乘法公式-----

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots P(A_n)$$

題 5：(P130、例 1)

【依照教科書 P130、例 1 解法講授，師生互動討論，此處略。】

2. 功課：(1’)

(1) P132 練習 3

(2) P134 習題 10·7 的第 1 題(1、2)

第七節

課題：10·7　相互獨立事件同時發生的概率
　　　相互獨立事件及其同時發生的概率(2)

教學目的

1. 使學生進一步掌握相互獨立事件的意義。
2. 使學生掌握相互獨立事件同時發生的概率乘法公式，能熟練地應用乘法公式計算概率。

重點與難點

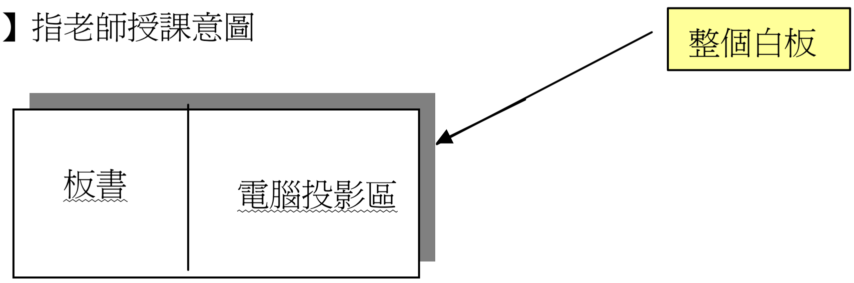
重點與難點都是判斷所給事件爲何類事件，並用相應公式求其概率。

教學準備

電腦製作 1 件。

說明

1. 版面設計
2. 用【】指老師授課意圖



教學過程

1. 複習：(18')

題 1：何謂相互獨立事件？相互獨立事件的概率乘法公式是什麼？

【填空式回答。】

何謂相互獨立事件----事件 A(或 B)是否發生對事件 B(或 A)發生的概率沒有影響，這樣的兩個事件叫做相互獨立事件。

相互獨立事件的概率乘法公式-----

$$P(A\cdot B) = \underline{P(A)\cdot P(B)}$$

$$P(A_1\cdot A_2\cdot\ldots A_n) = \underline{P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot\ldots P(A_n)}$$

題 2：(P132　練習 1)

【製作卡片，每位同學派發 1 張，由學生思考作答，由一名學生演板，師生討論給出解答。】

一個口袋內裝有 2 個白球和 2 個黑球，把“從中任意摸出 1 個球，得到白球”記作事件 A，把“從剩下的 3 個球中任意摸出 1 個球，得到白球”記作事件 B；那麼，在先摸出白球後，再摸出白球概率是多少？在先摸出黑球後，再摸出白球的概率是多少？這裏事件 A 與事件 B 是相互獨立的嗎？

答：在先摸出白球後，再摸出白球的概率 $P(B)=\frac{1}{3}$；在先摸出黑球後，再摸出白球的概率 $P(B)=\frac{2}{3}$。顯然，事件 A 的發生與否對事件 B 的發生的可能大小有著直接的影。因此，事件 A 與 B 不是相互獨立事件。

題 3：(P132 練習 3)

某一射手射擊一次，擊中目標的概率是 0.9，他連續射擊 4 次，且各次射擊是否擊中相互之間沒有影響，那麼他第 2 次未擊中，其他 3 次都擊中的概率是多少?

解答：∵各次射擊是否擊中相互之間沒有影響，∴2 次射擊是否擊中事件是相互獨立事件。記擊中目標事件爲 A，P(A)=0.9，那麼未擊中目標的概率

$P(\overline{A})=1-P(A)=1-0.9=0.1$

∴他第 2 次未擊中，其他 3 次都擊中的概率爲

$$
\begin{aligned}
P(A\cdot\overline{A}\cdot A\cdot A) &= P(A)\cdot P(\overline{A})\cdot P(A)\cdot P(A)\\
&= 0.9\times 0.1\times 0.9\times 0.9\\
&= 0.0729
\end{aligned}
$$

2. 新課引入：(21’)

(1) 題 4：(P131、例 2)

【依照 P131、例 2 解答講授，此處略。】

【出示題 5、題 6，對最近所學等可能性事件、互斥事件、相互獨立事件作一簡單回顧，學會利用定義區別，從而正確作出判斷，利用所學概率公式計算概率。】

題 5：甲、乙兩人自行破譯了一個密碼，他們能譯出的概率分別爲 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$，求：

(1) 兩人都譯出密碼的概率；

(2) 恰有一人譯出密碼的概率；

(3) 至少有一人譯出密碼的概率。

【給 3 至 5 分鐘學生們思考與討論，老師小結解答。】

答：(1) 設事件 A_1 爲“甲譯出密碼”，且 $P(A_1)=\frac{1}{3}$

事件 A_2 爲“乙譯出密碼”，且 $P(A_2)=\frac{1}{4}$，

由於甲、乙兩人是自行破譯密碼，所以 A_1 和 A_2 爲相互獨立事件，所以由概率乘法公式得

$$P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2)$$
$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

(2) 恰有 1 人譯出密碼，指甲碼譯密碼，乙未破譯密碼，或者甲未破譯密碼，乙破譯密碼，所以每一種情形是相互獨立事件，而這兩種情形不可能同時發生，又是互斥事件，所以得

(3)
$$P(A_1 \cdot \overline{A}_2) + P(\overline{A}_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(\overline{A}_2) + P(\overline{A}_1)P(A_2)$$
$$= \frac{1}{3} \cdot (1 - \frac{1}{4}) + (1 - \frac{1}{3}) \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

(3)至少有一人譯出密碼指有 1 人破譯密碼和有 2 人破譯密碼兩種情形。有 1 人破譯密碼正是(2)中所述，有 2 人破碑密碼正是(1)中所述；它們不可能同時發生，所以又是互斥事件，所以得

$$\left[P(A_1 \cdot \overline{A}_2) + P(\overline{A}_1 \cdot A_2)\right] + P(A_1 A_2)$$
$$= \frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$$

這種求解方法是所謂直接求法。還有一種方法是求這個事件的對立事件的概率，所謂逆向思維的方法，我們稱爲間接方法。

∵至少有 1 人譯出密碼的這個事件的對立事件是兩個人都破譯不出密碼，兩人破譯不出密碼又是相互獨立事件，所以有

$$P(\overline{A}_1 \overline{A}_2) = P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2) = (1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) = \frac{1}{2}$$

所以至少有一個人破譯密碼的概率是

$$1 - P(\overline{A}_1 \overline{A}_2) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

題 6：在一副撲克牌(52 張)中，有“黑桃、紅心、梅花、方塊”這四種花色的牌各 13 張，從中任取 5 張，求下列事件的概率：

(1) 取得 3 張方塊 2 張梅花；

(2) 恰有 4 張同花色。

【製成卡片，每人派發 1 張，學生求解，由一兩人演板，師生討論作答。】

答：(1) 從 52 張中任取 5 張，共有 C_{52}^5 種結果，所有這些結果是等可能性的，所

以這屬於等可能性事件。其中取得 3 張方塊 2 張梅花結果的有

$C_{13}^{3}\cdot C_{13}^{2}$，所以所求概率為

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{C_{13}^{3}\cdot C_{13}^{2}}{C_{52}^{5}}$$

(2) 同(1)分析，所以所求概率為

$$P(B)=\frac{m}{n}=\frac{4\cdot C_{13}^{4}\cdot C_{39}^{1}}{C_{52}^{5}}$$

3. 功課(1')

(1) P134 習題 10·7 中的 2(1、2)

(2) P146 複習參考題十、B 組的第 11 題

第八節

課題：10·7 相互獨立事件同時發生的概率
　　　獨立重複試驗

教學目的

1. 使學生瞭解獨立重複試驗的意義。
2. 使學生掌握如何計算事件在 n 次獨立重複試驗中恰好發生 k 次的概率。

重點與難點

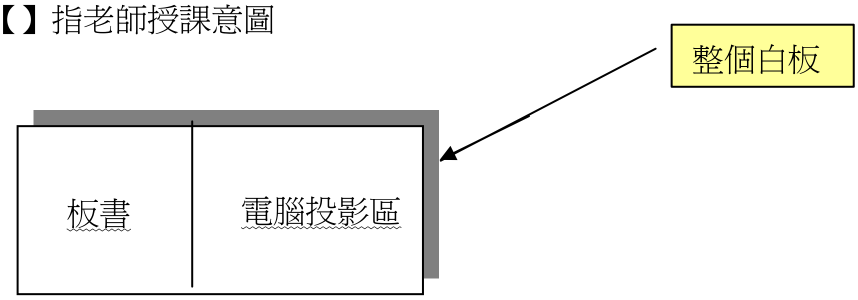
重點是獨立重複試驗的概率的計算。難點是對 n 次獨立重複試驗的判斷。爲突破難點，注意把獨立重複試驗的意義搞清楚。

教學準備

電腦製作 1 件，。

說明

1. 版面設計
2. 用【】指老師授課意圖



教學過程

1. 引入新課(37’)

(1)【出示題 1，題 2。題 1 是對相互獨立事件的概率計算的複習，題目 2 則是新課：獨立重複試驗的提出，從而引入 n 次獨立重複試驗的意義與概率計算的方法。】

題 1：某射手射擊 1 次，擊中目標的概率是 0.9，他連續射擊 4 次，且各射擊是否擊中相互之間沒有影響，那麼，他第 4 次未擊中，前三次都擊中的概率是多少？

【提問學生作答】

解答：∵4 次射擊是相互獨立事件，∴第 4 次未擊中，前三次都擊中的概率是

$$P(AAA\overline{A}) = P(A)P(A)P(A)P(\overline{A})$$
$$= 0.9 \times 0.9 \times 0.9 \times 0.1 = 0.0729$$

題 2：某射手射擊 1 次，擊中目標的概率是 0.9，他射擊 4 次恰好擊中 3 次的概率是多少？

【注意，題 2 與題 1 好似類似，但實際上是不同的；題 1 前 3 次都要擊中；而題 2 並沒有規定那 3 次擊中目標，它是 4 次射擊恰好擊中 3 次各種情形的總和，而且各種情形互斥，又要依照互斥事件的概率加法公式求解。教學中注意提問學生，弄清楚題 2 與題 1 的相同之處與不同之處，從而讓學生容易接受題 2 的解答。】

解答：【依照教科書 P132~133 內容講授，此處略。】

(2) 【通過題 2 的教學，提出獨立重複試驗的意義及其計算 n 次獨立重複試驗中恰好發生 k 次的概率計算方法。】(5')

老師小結：4 次射擊可以看成進行 4 次獨立重複試驗。

【此時出示定義，加深學生學習印象】

一般地，n 次獨立重複試驗又稱貝努裏(Bernoulli)試驗，指在相同條件下：⑴每次的試驗結果只有兩種 A 與 $\overline{A}$ ；

⑵每次試驗之間是相互獨立的，也就是某次試驗的結果不影響另一次試驗的結果。

在滿足上述條件的前提下，如果某事件在 1 次試驗中發生的概率爲 P，那麼在 n 次獨立重複試驗中這個事件恰好發生 k 次的概率是

$$P_n(k)=C_n^k P^k(1-P)^{n-k}$$

(3) 【出示題 3、題 4，作爲學習 n 次獨立重複試驗知識的鞏固練習】(16')

題 3：（P133，例 3）

【依照 P133，例 3 的解講授，此處略。】

題 4：(P135，習題 10.7 的第 10 題)

某一批蠶豆種籽，如果每一粒發芽的概率爲 90%，播下 5 粒種籽，計算：

(1)其中恰有 4 粒發芽的概率；

(2)其中恰有 2 粒未發芽的概率。

解答：【由學生解答，且請一名演板，全班討論。】

(1) 記“播下一粒種籽，結果發芽”爲事件 A，∴P(A)=0.9

所以，5 粒種籽恰有 4 粒發芽的概率是

$$\begin{aligned}P_5(4)&=C_5^4P^4(1-P)^{5-4}\\&=5\times0.9^4\times0.1\approx0..3281\end{aligned}$$

(2) 其中恰有 2 粒未發芽的概率是

$$P_5(3)=C_5^3P^3(1-P)^{5-3}$$
$$=10\times0.9^3\times0.1^2=0.0729$$

或者，記“播下一粒種籽，結果未發芽”爲事件 B，且 P(B)=0.1，所以

$$P_5(2)=C_5^2P^2(1-P)^{5-2}$$
$$=10\times0.1^2\times0.9^3=0.0729$$

2. 小結：(2’)

本節課主要介紹n次獨立重複試驗的意義及其如何求解n次獨立重複試驗中這個事件恰好發生 k 次的概率的計算方法：【出示前面電腦關於獨立重复試驗的意義部分】請同學們認真掌握。

3. 功課：(1’)

1. P134，練習：第 1 題；　　2. P135，習題 10.7：第 11 題。

第九節

課題：隨機事件的概率的小結與複習

教學目的

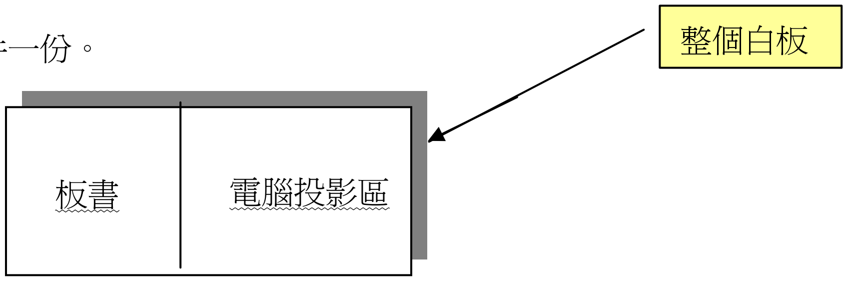
1. 使學生進一步瞭解隨機事件的發生存在著規律性和隨機事件的概率的意義，瞭解等可能性事件的概率的意義，會用排列、組合的公式計算一些等可能性事件的概率。
2. 瞭解互斥事件與相互獨立事件的意義，會用互斥事件的概率加法公式與相互獨立事件的概率乘法公式計算一些事件的概率，會計算，在 n 次獨立重複事件中恰好發生 k 次的概率。
3. 對第 1、第 2 點的要求進一步熟練。

重點與難點

重點是在教學目的要求第 1、第 2 點上進一步熟練。難點仍是對等可能性事件，互斥事件和對立事件，相互獨立事件以及 n 次獨立重複試驗各類事件的正確判斷。

教學準備

電腦課件一份。



說明

1. 版面設計
2. 凡【】，指教師授課意圖。

教學過程

1. 概念與公式的回顧(12’)

【出示電腦課件，旨在讓同學們對最近所學的事件的概率有比較清晰的認識與理解，從而正確運用相關公式計算概率】

(1) 實際生活中所遇到的事件包括必然事件、不可能事件和隨機事件。隨機事件在現實世界中是廣泛存在的。在一次試驗中，事件是否發生雖然帶有偶然性，但是大量重複試驗下，它的發生呈現出一定的規律性，即事件發生的頻率是接近於某個常數，在它附近擺動，這個常數就叫做這一事件的概率。我們稱它爲隨機事件的概率的統計定義。

(2) 在概率的計算中，通常將一個事件的頻率的穩定值近似地作爲它的概率。但某些事件，也可以直接通過分析未計算其概率，如果一次試驗中共有 n 種等可能出現的結果，其中事件 A 包含的結果有 m 種，那麼事件 A 的概率 $P(A)=\dfrac{m}{n}$。我們稱它爲隨機事件的概率的古典定義。

(3) 不可能同時發生的兩個事件叫做互斥事件。當 A，B 是互斥事件時，
P(A+B)=P(A)+P(B)
其中必有一個發生的兩個互斥事件叫做對立事件。當 A，B 是對立事件，
P(B)=1-P(A)

(4) 如果一個事件是否發生對另一個事件發生的概率沒有影響，那麼這兩個事件叫做相互獨立事件。當 A，B 是相互獨立事件時，
P(A・B)=P(A)・P(B)。

(5) 如果事件 A 在一次試驗中發生的概率是 P，那麼它在 n 次獨立重複試驗中恰好發生 k 次的概率爲 $P_n(k)=C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$

2. 學習如何求事件的概率的注意點。(2’)

(1) 對於上述計算公式，要注意運用它們的前提條件。例如，只有對等可能性事件 A 來說才能運用公式 $P(A)=\dfrac{m}{n}$；只有對於互斥事件 A 與 B 來說，才能運用公式 P(A+B)=P(A)+P(B)；只有對於相互獨立事件 A 與 B 來說，才能運用公式
P(A・B)=P(A)・P(B)等等。

(2) 注意體會解決一些應用題的思考方法。正向思考時要善於將複雜的問題進行分解，如果兩個事件對立時，注意運用逆向思考的方法。

3. 例題分析與求解： (25’)

題 1：(P144，第 17 題中的第 1 小題)

從裝有 2 個紅球和 2 個白球的口袋中任取 2 個球，那麼互斥而不對立的兩個事件是(　)

(A)至少有 1 個白球，都是白球。
(B)至少有 1 個白球，至少有 1 個紅球。
(C)恰有 1 個白球，恰有 2 個白球。
(D)至少有 1 個白球，都是紅球。

解答：(C)是對的。【學生回答】

因爲恰有 1 個白球與恰有 2 個白球，不可能同時發生，所以它們互斥。但並不是兩者一定有一個發生，還可能恰有 2 個紅球。因此，它們不對立。

題 2：(P144，第 21 題)

有五根細木棍，它們的長度分別 1，3，5，7，9(Cm)，從中任取 3 根，它們能搭成一個三角形的概率是多少？

解答：【學生回答】

由五根棍從中任取 3 根共有 C_5^3 種不同的結果，由於這五根細木是均勻的，所以 C_5^3 種結果是等可能性的。而能組成一個三角形的則有(注意三角形的兩邊之和大於第三邊定理)

(3，5，7)、(3，7，9)、(5，7，9)

三種情形，所以所求概率爲

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{3}{C_5^3}=\frac{3}{10}$$

題 3：一年以 365 天計，甲、乙、丙三人恰有兩人同一天過生日的概率是多少？

解答：【師生討論作答】

1 人的生日有 365 天的某一天，所以有 365 種結果。另 1 人的生日也有 365 種結果。根据分步計數原理，所以一共有 365x365=365^2 種結果，而且這些不同的結果是等可能性的。甲、乙、丙三人恰有兩人同一天過生日有 C_3^2 種情形，即(甲、乙)，(甲、丙)、(乙、丙)。在每一種情形裏，如甲、乙同一天生日又有(1 月 1 日，1 月 1 日)，(1 月 2 日，1 月 2 日)，…，365 種不同的結果。所以所求的概率是

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{C_3^2\cdot 365}{365^2}=\frac{3}{365}$$

題 4：9 個國家足球隊中有 3 隊來自亞洲國家，抽籤分成甲，乙，丙三組(每組 3 隊)進行預賽，試求：

(1) 三個組各有 1 個亞洲隊的概率；

(2) 至少有兩個亞洲隊分在同一組的概率。

解答：【師生討論作答】

(1) 先把 3 個亞洲國家隊分給甲，乙，丙三組，每組一個隊有 A_3^3 種分法。

比如 3 個亞洲國家隊爲中，日，韓，就有：

甲組	乙組	丙組
中	日	韓
中	韓	日
日	中	韓
日	韓	中
韓	中	日
韓	日	中

$A_3^3 = 6$ 種

其餘 6 隊平均分給甲，乙，丙三組共有 $C_6^2C_4^2C_2^2$ 種分法，故共有 $A_3^3C_6^2C_4^2C_2^2$ 種分法。而 9 個國家足球隊抽籤分成甲，乙，丙三組(每組 3 隊)的分法種數是 $C_9^3C_6^3C_3^3$，所以所求的概率爲

$$P(A) = \frac{A_3^3C_6^2C_4^2C_2^2}{C_9^3C_6^3C_3^3} = \frac{9}{28}$$ 。

(3) 因爲事件“至少有兩個亞洲隊分在同一組”與事件“三個組各有一個亞洲國家”是對立事件，所以至少有兩個亞洲隊分在同一組的概率是

$$1 - P(A) = 1 - \frac{9}{28} = \frac{19}{28}$$

題 5：有一擺地攤的賭主，其中有一布袋，內裝有 8 個黑球和 8 個白球，除顏色不同外，球的形狀、大小、質量都相同，他規定：凡願摸彩者，每人交 1 元可摸一次獎，要求一次(或數次)從口袋中共摸出 5 個白球，獎勵 20 元；若摸出 4 個白球，獎勵 2 元；若摸出 3 個白球，獎勵 5 角，求

(1) 摸一次彩就能獲 20 元獎勵的概率？
(2) 摸一次彩就能獲 2 元獎勵的概率？
(3) 摸一次彩就能獲 5 角獎勵的概率？
(4) 一天 1000 人次摸彩，賭主可淨賺多少？

解答：【制成卡片，每人 1 張，學生自做。課堂完成不了，課外完成，作爲功課，要交。】

(1) 從 16 個球中任取 5 個，共有 $n = C_{16}^5$ 種不同的結果，由於球是均勻的，所以每種的結果發生是等可能性的。設事件 A 爲“摸到 5 個是白球”，則 $m = C_8^5$

$$\therefore P(A)=\frac{C_8^5}{C_{16}^5}=\frac{1}{78}$$

(2) 設事件 B 爲“摸到 4 個是白球 1 個是黑球”，則$m=C_8^4C_8^1$

$$\therefore P(B)=\frac{C_8^4C_8^1}{C_{16}^5}=\frac{5}{39}$$

(3) 設事件 C 爲“摸到 3 個白球 2 個黑球”，則$m=C_8^3C_8^2$

$$\therefore P(C)=\frac{C_8^3C_8^2}{C_{16}^5}=\frac{14}{39}$$

(4) 1000 人次摸彩，獲 5 角人次的爲$1000\times\frac{14}{39}=359$(人次)

獲 2 元人次的爲$1000\times\frac{5}{39}=128$(人次)

獲 20 元人次的爲$1000\times\frac{1}{78}=13$(人次)

所以攤主共須支出約：$0.5\times 359+2\times 128+20\times 13=695.5$(元)

∴攤主净賺 1000-695.5=304.5(元)

4. 功課：(1’)
P114~P115 的第 20、22、25 題；
P146 的第 10 題。