2003 年教學設計獎勵計劃

兩倍角公式的推導與運用

參選編號：**C001**

學科名稱：三角

適合程度：高一

教學計劃內容說明

參選編號：C001

學科名稱：中四三角

單元名稱：二倍角的正弦、餘弦、正切公式的推導及運用

教學對象：中四一般學生

學生人數：一個教學班(50 人左右)

單元教學目標

使學生熟練掌握二倍角的正弦、餘弦、正切公式，並能靈活運用公式解有關習題，克服思維定勢負遷移，培養學生多向思維，提高學生雙基能力，爲學半角公式打下良好基礎。

教學時數：3 教節

目錄

簡介

設計的目的

1. 中學數學任務就是打好基礎。迄今為止，數學考試內容(包括高考)絕大部分是基礎知識性的試題。中學時代打好基礎是第一位，沒有好的基礎就不可能有創新；

2. 中學階段數學分支中，以三角公式為最多，學生學習三角差的原因主要是不背公式 (當堂沒時間背，課下又不背)，只有背會公式，才能運用公式解題。所以堂上要求學生背會公式，才能談得上應用公式；

3. 三角是中學數學必備的基礎知識。如果三角沒學好，必然影響數學解實際問題及再學習；

4. 本單元運用 Flash MX 制作的畫面，再配合必要的板演，比以前單純板演講課省時，有助於突出教學重點、克服教學難點。既可當堂檢查學生記憶公式情況，又可以把初步運用公式的不同題型清晰地演示出來，便於教師少而精講解；

5. 學好二倍角公式為接著學習半角公式(按規律記憶公式、靈活運用該部分知識解有關習題)打下良好的思維基礎。

6. 現行各版本教材的例題未必能滿足我們的教學需要，在課堂教學中，教師的職責是發揮主導作用，要根據我們所教的學生實際及未來社會所需要的人才要求，要適當補充例題，要導以方法，導以規律，導以思維，導以能力。

設計的內容

二倍角的正弦 、餘弦、正切公式的推導與靈活運用。

創意與特色

1. 以舊引新，由淺入深，引導學生多向思維解題方法，克服思定勢負遷移；

2. 不僅要求學生會正向使用公式，還要運用啓發式，使學生學會逆向思維；

3. 使用電腦 Flash MX 制作教材主要內容，運用動態與彩色加深學生先入爲主的印象，爲記憶公式創造良好氛圍

4. 如果照慣例(用黑板、粉筆)講，不用 Flash MX 的畫面幫助，內容較多，例如第一教節又不宜分成兩教節，課時計劃將難以完成。採用此法，如果組織得好，可以體現出課堂教學的精講多練。

5. 注重不同例題題型的觀察及特點的分析，讓學生在活動中發現和提出問題，促使學生的多向思維發展，學生的主體性才能真正得到體現。

第一教節：二倍角的正弦、餘弦公式的導出與運用

教學目標：使學生了解二倍角的正弦、餘弦公式的來源；會背這些公式；並能初步正向、逆向運用上述公式以及因題制宜解決有關習題的方法。

教學重點：二倍角正弦、餘弦公式的運用。

教學難點：逆用二倍角正弦、餘弦公式。

教學時數：1 教節(40 分鐘)

教材架構：根據《文達附加數學》第一冊(第三版)p.184 第七章第三節及本人教學 經驗編寫

教學準備：黑板旁有屏幕、電腦、磁碟、投影機

教學過程

一. 發給每個學生一張練習紙：其中一個反應較快的中等學生板演，其他學生在簿上做。

1.填空：(1)sin(A+B)=____________.

(2)cos(A+B)=____________.

2.在上兩式中，以 A 代 B，化簡後，寫出你所能得出幾種不同形式的結果。

sin(A+A)=sinAcosA + cosAsinA

得公式

$$\boxed{(1)\ \sin 2A=2\sin A\cos A}$$

> 教師總結學生的結論，引導出學生做的練習答案就是今天要學習的公式。一般地說，公式(1)(2)易推出，(3)、(4)得出需要啟發。

cos(A+A)=cosAcosA – sinAsinA

得公式

$$\boxed{(2)\ \cos 2A=\cos^2 A - \sin^2 A}$$

應用恆等式 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 變形爲 $\sin^2 A=1 - \cos^2 A$

cos2A 可以表示爲：$\cos 2A= \cos^2 A - (1 - \cos^2 A)$

> 給 4 分鐘要求學生背上面 4 個公式，並提問檢查

得公式

$$\boxed{(3)\ \cos 2A=2\cos^2 A - 1}$$

若把 $\cos^2 A= 1- \sin^2 A$ 代入

$\cos 2A = (1 - \sin^2 A) - \sin^2 A$

得公式

$$\boxed{(4)\ \cos 2A = 1 - 2\sin^2 A}$$

強調求任何三角函數值時，首先要把條件列出，確定該角所在的象限符號

〔例 1〕若 $\sin A=\dfrac{4}{5}$ 且 $90^\circ<A<180^\circ$

求：(1) sin2A (2) cos2A.

解：$\because 90^\circ<A<180^\circ$

$$\therefore \cos A = -\sqrt{1-\sin^2 A} = -\sqrt{1-(\frac{4}{5})^2} = -\frac{3}{5}$$

則 $\sin 2A = 2\sin A\cos A = 2\cdot\frac{4}{5}\cdot(-\frac{3}{5}) = -\frac{24}{25.}$

$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = (-\frac{3}{5})^2 - (\frac{4}{5})^2 = -\frac{7}{25.}$

或 $\cos 2A = 2\cos^2 A - 1 = 2(-\frac{3}{5})^2 - 1 = -\frac{7}{25.}$

或 $\cos 2A = 1 - 2\sin^2 A = 1 - 2(\frac{4}{5})^2 = -\frac{7}{25.}$

〔例 2〕已知 $\sin A + \cos A = \dfrac{3}{5}$ 求 sin2A.

啟發學生觀察已知特點，怎樣運算可以得出 sin2A？
培養學生多向思維.

解 ： 把已知兩邊平方：$(\sin A+\cos A)^2 = (\frac{3}{5})^2$

$$\sin^2 A + 2\sin A\cos A + \cos^2 A = \frac{9}{25}$$

$$1 + 2\sin A\cos A = \frac{9}{25}$$

$$\sin 2A = \frac{9}{25} - 1$$

$$\sin 2A = -\frac{16}{25}$$

〔例 3〕化簡 sin3Bcos3B

解：原式$=\dfrac{1}{2}(2\sin 3B\cos 3B) = \dfrac{1}{2}\sin 6B.$

逆用二倍角正弦公式，啟發學生講出恆等變形的方法。

〔例 4〕化簡 $\cos^2 15^\circ - \cos^2 75^\circ$

解法(一)：$\because \cos 75^\circ = \sin 15^\circ$

啟發學生多向思維。

$\therefore$原式$=\cos^2 15^\circ-\sin^2 15^\circ=\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

解法(二)：$\because \cos 15^\circ=\sin 75^\circ$

$\therefore$原式$=\sin^2 75^\circ-\cos^2 75^\circ=-(\cos^2 75^\circ-\sin^2 75^\circ)$

$=-\cos 150^\circ=-(-\dfrac{\sqrt{3}}{2})=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

〔例 5〕解方程,其中 $0^\circ\leqq x\leqq 360^\circ$,

$3\cos x-1=\cos 2x+1.$

> 提倡公式變形運用：
> $\cos 2x+1=2\cos^2 x$

解： $3\cos x-1=2\cos^2 x$

$2\cos^2 x-3\cos x+1=0$

$(2\cos x-1)(\cos x-1)=0$

$\cos x=\dfrac{1}{2}$ 或 $\cos x=1$ 由學生答出：此方程的解爲

$x=0^\circ, 60^\circ, 300^\circ, 360^\circ$.

三.課堂練習：叫三個反應較快的中下學生板演，其他學生在簿上做。

> 總結時指出：練習 2 中，求 $\cos 2x$ 時為什麼用只有 $\sin x$ 的公式較好。

1.化簡下列各式：

(1) $\sin 4x\cos 4x$. (2)$\sin^2 15^\circ-\sin^2 75^\circ$

2.已知 $\sin x=0.6$, 且 $90^\circ\leqq x\leqq 180^\circ$

試求 $\sin 2x$ 和 $\cos 2x$ 的值.

3.解方程：$\sin 2x-\sin x=0$,其中 $0^\circ\leqq x\leqq 360^\circ$

.答案：1.(1) $(1/2)\sin 8x$ (2)$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\sin 2x=-0.96$ $\cos 2x=0.28$

3. $x=0^\circ, 60^\circ, 180^\circ, 300^\circ, 360^\circ$.

四.布置家庭作業：書 p.188 ~ 189.課堂練習

化簡下列各式：(1) $\sin 2x\cos 2x$ (2) $2\sin^2\left(\dfrac{5x}{2}\right)-1$

甲部 2.已知 $\sin x=\dfrac{5}{12}$ 且 $90^\circ<x<180^\circ$，試求 $\sin 2x$、$\cos 2x$ 和 $\cos 4x$ 的值。

6 .已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{3}{4}$ 試求下列各式之值：

(a) $\sin 2\alpha$ (b) $\sin^3\alpha+\cos^3\alpha$ (c) $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$

20.解方程，(其中 $0^\circ\leqq A\leqq 360^\circ$) $3\sin A-1=1-\cos 2A$

答案：(1)(1/2)sin4x (2) - cos5x 2. $-\frac{5\sqrt{119}}{72};\frac{47}{72};-\frac{383}{2592}$.

6.(a)$-\frac{7}{16}(b)\frac{117}{128}(c)\frac{463}{512}$ 20. 30° ,90° ,150°

試教評估

1. 公式記憶情況較好，初步運用公式解題掌握較好；
2. 練習時仍有 12%的學生錯象限角的符號；
3. 學生反映逆向使用公式不如正向使用公式那樣順利；
4. 關於 $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$ 的恆等變形遺忘，此題錯誤較多，有三、四個差生根本不會做。

反思與建議

1. 加強逆用公式的練習；
2. 對於 $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$ 的恆等變形等新舊知識的綜合題，在佈置家課時應給以提示或在講此堂課之前早做複習，效果會好些。
3. x 有三個公式，在講課時還要再強調何時用何條公式的思考方法。
4. 如照慣例(用黑板、粉筆)講，不用 Flash MX 的畫面幫助，內容較多，但是又不宜分成兩教節，課時計劃將難以完成。採用此法，如果組織得好，可以體現出精講多練。

第二教節：二倍角的正弦、餘弦公式的運用

教學目標：使學生背熟二倍角的正弦、餘弦公式，並能解決比上一課時難度稍大、綜合的有關習題。

教學重點：二倍角正弦、餘弦公式的運用。

教學難點：逆用二倍角餘弦公式。

教學時數：1 教節(40 分鐘)

教材架構：根據《文達附加數學》第一冊(第三版)p.184 第七章第三節及本人教學經驗編寫

教學準備：黑板旁有屏幕、電腦、磁碟、投影機

教學過程

一.派給每個學生一張練習紙：其中兩個反應較快的中等學生板演。

1.默寫二倍角的正弦、余弦公式
2.化簡：(1) 1 +cos2x (2) 1 - cos2x
3.因式分解(1)a^3 - b^3 (2)$\cos^6$x - $\sin^6$x
4.若關於 x 的一元二次方程 x^2 - (tanA + cotA)x +1= 0 的兩根分別是 x_1、x_2， 寫出根與係數的關係.

以舊引新，提問學生答出下列綜合型例題所需的基礎知識，為克服難點作準備。此做法是教師引導在先

二.授新課：

〔例 1〕. 證明$\dfrac{1+\sin 2x+\cos 2x}{1+\sin 2x-\cos 2x}=\cot x$

證明：

在第一步問學生：怎樣化簡分子、分母？會有學生提出用公式(3)、(4)，此時教師引導學生用練習中 2.(2)、(3)更為簡捷。

$$\text{L.H.S}=\frac{1+\cos 2x+\sin 2x}{1-\cos 2x+\sin 2x}=\frac{2\cos^2 x+2\sin x\cos x}{2\sin^2 x+2\sin x\cos x}=\frac{2\cos x(\cos x+\sin x)}{2\sin x(\sin x+\cos x)}$$

= cotx = R.H.S.

∴原式成立.

〔例 2〕求值 $\cos^2A + \cos^2(\frac{2}{3}\pi + A) + \cos^2(\frac{2}{3}\pi - A)$

再次逆用二倍角餘弦公式

解：原式=$\dfrac{1+\cos 2A}{2}+\dfrac{1+\cos(\frac{4\pi}{3}+2A)}{2}+\dfrac{1+\cos(\frac{4\pi}{3}-2A)}{2}$

$$= \frac{3}{2}+\frac{1}{2}\cos 2A+\frac{1}{2}(\cos\frac{4}{3}\pi\cos 2A-\sin\frac{4}{3}\pi\sin 2A)+\frac{1}{2}(\cos\frac{4}{3}\pi\cos 2A+\sin\frac{4}{3}\pi\sin 2A)$$

$$=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\cos 2A+\cos\frac{4}{3}\pi\cos 2A$$

$$=1\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2A+(-\frac{1}{2})\cos 2A$$

$$= 1.5$$

此題第二步也可用後面的和差化積公式做，提示學生另法稍後學，為發散思維做了伏筆。

〔例 3〕解方程 $2\sin^2 x - \sin 2x = 2$，其中 $0° \leqq x \leqq 360°$

此處強調公式 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 的逆用，也是培養學生逆向思維的方法之一。

解：

$$2\sin^2 x - \sin 2x = 2$$
$$2\sin^2 x - 2\sin x\cos x = 2$$
$$\sin^2 x - \sin x\cos x = 1$$
$$\sin^2 x - \sin x\cos x = \sin^2 x + \cos^2 x$$
$$\cos^2 x + \sin x\cos x = 0$$
$$\cos x(\cos x + \sin x) = 0$$

$\cos x = 0$ 或 $\cos x + \sin x = 0$

$\cos x = 0$ 或 $\tan x = -1$

$x = 90°, 270°$ 或 $x = 135°, 315°$

$\therefore x = 90°, 135°, 270°, 315°$

〔例 4〕已知方程 $x^2 - (\tan A + \cot A)x + 1 = 0$ 有一根是 $2+\sqrt{3}$，試求 $\sin 2A$。

把開始提問的 5、6 引用在此，避免學生為遺忘的舊知識影響新課的進行。

解：設此方程的兩根分別是 x_1、x_2，令 $x_1 = 2+\sqrt{3}$

根據一元二次方程根和系數的關係列出：

$x_1 + x_2 = \tan A + \cot A$ (1)

$x_1 x_2 = 1$ (2)

由(2) 知此方程兩根互為倒數關係，則 $x_2 = 2-\sqrt{3}$

把兩根代入(1)：

$\tan A + \cot A = 2+\sqrt{3} + 2-\sqrt{3} = 4$

即 $\dfrac{\sin A}{\cos A}+\dfrac{\cos A}{\sin A} = 4$

$$\frac{\sin^2 A+\cos^2 A}{\sin A\cos A}=4$$

$4\sin A\cos A = 1$

故 $\sin 2A=\dfrac{1}{2}$.

三.課堂練習：

1.證明：$\dfrac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}=\tan x+\sec x$

證法(一)：左邊分子、分母都乘以 cosx + sinx

左邊 $=\dfrac{(\cos x+\sin x)^2}{(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)}=\dfrac{\cos^2 x+2\cos x\sin x+\sin^2 x}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\dfrac{1+\sin 2x}{\cos 2x}$

$=\tan 2x+\sec 2x=$ 右邊　　故原式成立.

證法(二)：把右邊變為商的形式

右邊 $=\dfrac{\sin 2x}{\cos 2x}+\dfrac{1}{\cos 2x}=\dfrac{2\sin x\cos x+\sin^2 x+\cos^2 x}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\dfrac{(\cos x+\sin x)^2}{(\cos x+\sin x)(\cos x-\sin x)}$

$=$ 左邊　　故原式成立.

2.若 $\cos 2x = m$，試以 m 表示 $4(\cos^6 x - \sin^6 x)$。

解：

$4(\cos^6 x - \sin^6 x) = 4〔(\cos^2 x)^3 - (\sin^2 x)^3〕$

$= 4(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^4 x +\cos^2 x\sin^2 x + \sin^4 x)$

$= 4\cos 2x(\cos^4 x +2\cos^2 x\sin^2 x + \sin^4 x - \cos^2 x\sin^2 x)$

$= 4\cos 2x〔(\cos^2 x +\sin^2 x)^2 - \cos^2 x\sin^2 x〕$

$= 4\cos 2x(1 - \cos^2 x\sin^2 x)$

$= 4\cos 2x〔1-\dfrac{1}{4}(2\cos x\sin x)^2〕$

$= 4\cos 2x〔1 -\dfrac{1}{4}\sin^2 2x〕$

$= 4\cos 2x〔1 - \dfrac{1}{4}(1 - \cos^2 2x)]$

$= 4\cos 2x(\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{4}\cos^2 2x)$

$= 3\cos 2x + \cos^3 2x = 3m + m^3$.

因為開始提問把有關因式分解知識做了複習，此2題選兩個中等學生到黑板做，其他學生在簿上做。

四.佈置家庭作業 文達附加數學 p.189，略有修改。

5.若 $\sin A = \dfrac{1}{3}$ ，且∠A 是銳角，試求 $\dfrac{\cos A + \cos 2A}{1 + \sin A + \sin 2A}$ 的值。答案：$\dfrac{9 + 11\sqrt{2}}{28}$

7.已知 $\tan\alpha + \cot\alpha = \dfrac{a^2 + b^2}{ab}$ 且 α 為銳角，試求 cos2α 的值。答案：$\pm\dfrac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$

8.若 $36\cos^2 x - 3\sin x = 31$ 且 $90° < x < 180°$ ，試求 sin2x 的值。答案：$-\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$

證明下列恒等式：12. $\dfrac{\sin 2A}{1 + \cos 2A} = \tan A$　　14. $\dfrac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \tan x$

24.解方程，其中 $0° \leqq A \leqq 360°$ ：$\sin^4 A + \cos^4 A = \sin 2A$

答案：23.5°，66.5°，203.5°，246.5°

試教評估

1. 由於開始做了課堂練習，有目的分散了教學難點及複習了所需要的舊知識，為例題的講解減少了障礙，提高了效率；
2. 三角中，關於 1 的恆等變形較多，對於例 4 中的 1 能正確運用平方關係的公式，掌握較好(從測驗卷看出)；
3. 課堂練習 2 中，雖然開始作以舊引新時，做了有關知識準備，但是需要恆等變形的知識有五個關鍵點，約有 1/3 的學生做不出正確答案，說明學生的基本功較差，有待進一步提高。

反思與建議

1. 需要加強學生恆等變形的數學基本功訓練。
2. 舊知識的遺忘現象較嚴重，在授新課過程中或布置家課，盡量多選新舊知識相關的例題或習題。
3. 一些學生反映板演感到緊張，特別是還有其他老師聽課時，計算易出錯，出了錯又檢查不出，說明學生此方面心理素質存在問題，今後需要教師大大加強對學生在此方面的輔導與培養。

第三教節：二倍角正切公式的導出與運用

教學目標：生熟練掌握二倍角的正切公式，並能運用該公式解決有關習題。
教學重點：二倍角正切公式的運用。
教學難點：因題制宜選擇適用方法。
教學時數：1 教節
教材架構：根據《文達附加數學》第一冊(第三版)p.184 第七章第三節及本人教經驗編寫
教學準備：黑板旁有屏幕、電腦、磁碟、投影機
教學過程：複習提問：一學生板演：默寫公式 tan(A +B) = ？

$$\tan(\mathrm{A}+\mathrm{B})=\frac{\tan\mathrm{A}+\tan\mathrm{B}}{1-\tan\mathrm{A}\tan\mathrm{B}}$$

在上面公式中，以 A 代替 B，得

$\tan(A+A)=\dfrac{\tan A+\tan A}{1-\tan^2 A}$ 即$\tan 2\mathrm{A}=\dfrac{2\tan\mathrm{A}}{1-\tan^2 A}$ 自然進入新課。

〔例 1〕不查表求值：(1) $\dfrac{2\tan 22.5^\circ}{1-\tan^2 22.5^\circ}$ (2) $\dfrac{\tan 15^\circ}{1-\tan^2 15^\circ}$

解：(1) 原式= tan(2×22.5º) = tan45º = 1.

(2)原式= $\dfrac{2\tan 15^\circ}{2(1-\tan^2 15^\circ)}=\dfrac{1}{2}\tan(2\times 15^\circ)=\dfrac{1}{2}\tan 30^\circ=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

解此題時注意講解利用分式基本性質恆等變形的方法

〔例 2〕若$\cos A=-\dfrac{3}{5}$,且 90° <A< 180° , 求: tan2A ; cot4A.

解: ∵90° <A< 180°

根據角所在象限，確定符號，才得正值。

$$\therefore\ \sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-(-\frac{3}{5})^2}=\frac{4}{5}$$

$$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{4/5}{-3/5}=-\frac{4}{3}$$

$$\tan 2A=\frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}=\frac{2(-4/3)}{1-(-4/3)^2}=\frac{-8/3}{1-(16/9)}=\frac{24}{7}$$

為提高學生計算能力，以下三式計算時，要求學生用分式基本性質化簡。

$$\cot 4A=\frac{1}{\tan 4A}=\frac{1-\tan^2 2A}{2\tan 2A}=\frac{1-(\frac{24}{7})^2}{2(\frac{24}{7})}=-\frac{527}{336}$$

〔例 3〕試以 tan2A 表示 tanA.(解釋：把 tan2A 看成已知數,tanA 看成未知數)

解: 由公式 $\dfrac{2\tan A}{1-\tan^2 A}=\tan 2A$

2tanA = tan2A (1- $\tan^2$A)

a = tan2A b = 2 c = - tan2A (寫出一元二次方程的係數)

tanA= $\dfrac{-2\pm\sqrt{4^2-4\tan 2A(-\tan 2A)}}{2\tan 2A}=\dfrac{-2\pm\sqrt{4(1+\tan^2 2A)}}{2\tan 2A}=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+\tan^2 2A}}{\tan 2A}$

> 在此問學生為什麼不用公式 1+ $\tan^2 2A$ = $\sec^2 2A$ 再化簡，
> 指出按題要求做，不要畫蛇添足。

課堂練習: (三個學生板演，平均每人兩問，其餘學生簿上練習)

1.已知: $\tan x=\dfrac{1}{2}$, 求 tan2x、cot4x 的值.

2.化簡 $\dfrac{1}{1-\tan A}-\dfrac{1}{1+\tan A}$

3.不查表,求值：

(1) $\dfrac{2\tan 75^0}{1-\tan^2 75^0}$ (2) $\dfrac{\tan 15^0}{1-\tan^2 15^0}$ (3) $\dfrac{3\tan 22.5°}{2-2\tan^2 22.5°}$

答案：1. tan2x = $\dfrac{4}{3}$ cot4x= $-\dfrac{7}{24}$ ； 2. tan2A；3.(1) $\dfrac{4}{3}$ (2) $\dfrac{3}{4}$ (3) $\dfrac{3}{4}$

家庭作業：

補充題：1. 求 tan22.5° 的值. (答：$\sqrt{2}-1$)

2. 不查表,求值：(1) $\dfrac{2\tan\frac{\pi}{8}}{1-\tan^2\frac{\pi}{8}}$ (2) $\dfrac{2\tan\frac{\pi}{12}}{3-3\tan^2\frac{\pi}{12}}$ 答 : (1)1 (2) $\dfrac{\sqrt{3}}{9}$

p.190. 35.(a)證明 $\tan A+\cot A=\dfrac{2}{\sin 2A}$

(b)已知方程 x^2 - (tan A+cotA) +1 = 0 有一根是 $\sqrt{5}+2$,試求 sin2A 的值.

(答：sin2A= $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$) (此題是複習前面公式的綜合題，與書略有改變)

試教評估

1. 此堂課教材內容較爲緊湊，公式記憶與掌握情況較爲理想(測驗卷無寫錯公式的情況，但計算錯誤常見)；
2. 對於數學術語“用…表示…”的含意解釋清楚後，再解一元二次方程就不算困難了；
3. 對於需要配係數逆向運用公式的習題，仍然有學生在恆等變形中錯。

反思與建議

1. 需要加強的還是恆等變形；
2. 雖然講了數學術語，但是學生未必真正理解，結合教材需要經常加強學生數學術語的理解與運用；
3. 注意在次日總結家課時，注意是否有學生把 35(a)的恒等式變形後作爲(b)的公式使用，這不僅是解題捷徑，也是培養學生發散思維的一種方法。

教學程序/ 內容	活動過程說明 (含教學策略等)	時間 分配	情景佈置 (含教學資源的運用)	教學重點及注意事項 (含評量的運用)
1.二倍角正弦、餘弦公式的導出與運用	(1) 開始上課 (2) 複習舊知識(發揮學生主體作用) (3) 引導學生得出餘弦公式的後兩種表達形式(發揮教師的主導作用) (4)要求學生當堂背公式(提問中、下學生三人) (5)陸續出現教案上的例題引導學生自覺地掌握知和連用知識識，以有效地發展學生的能力。系統性、循序漸進、啓發式引導相結合的原則。 (6)新知識的課堂練習 (7)佈置家庭作業	約 5 分鐘 約 5 分鐘 約 3、4 分鐘 約 20 分鐘 約 5 分鐘 約 1 分鐘	出現第一張 Flash MX 的畫面 一學生板演，其餘學生簿上練習。 出現第二張 Flash MX 的畫面。 學生練習與教師引導相結合。 出現第三張 Flash MX 的畫面。 根據例題順序陸續出現後幾張 Flash MX 的畫面。對於每個例題的重點與難點教都要給以精練的解釋及板演.只靠 Flash MX 的畫面不能把知識講透，還需要教師少而精的講解，發揮教師的主導作用。 如：例 1.問學生求第一個三角函數時注意什麼？例 2.怎樣把已知變形才能出現 2sinAcosA？例 3、4 需要怎樣恆等變形出現上面公式的情況？例 5 中兩未知項，變哪項好？ 兩學生板演，其餘學生簿上練習。	教學重點：要求學生會背公式，并能初步正向、逆向、綜合運用所學公式解題。 注意事項： (1) 這堂課學生對於公式的正向使用掌握較好 (2) 已知某象限的正弦或餘弦三角函數值，求所給角的餘弦或正弦時，仍然約有 12%的學生錯符號。 (3) 逆向思維學生不夠習慣，反映較慢，公式的逆用必須使學生熟練掌握。 (4) cos2x 有三個公式，講課時要仔細分析何時用何條公式的思考方法。 (5) 解三角方程時，一些中下學生不能因題制宜找出適合的方法。 (6) 對於諸如 $\sin^4x+\cos^4x$ 的恆等變形的習題要加強練習。

教學程序/ 內容	活動過程說明 (含教學策略等)	時間 分配	情景佈置 (含教學資源的運用)	教學重點及注意事項 (含評量的運用)
2.二倍角正弦、餘弦公式的運用	(1)開始上課 (2)舊知識練習(發揮學生主體作用) 爲解決學生對舊知識的遺忘減少授新課的難點(發揮教師的主導作用) (3)連續出現教案上的例題，運用系統性、循序漸進、啓發式相結合的原則。 (4)新知識的課堂練習 (5)佈置家庭作業	 約 8 分鐘 約 26 分鐘 約 5 分鐘 約 1 分鐘	出現第一張 Flash MX 的畫面 一學生板演，其餘學生簿上練習。 出現第二張 Flash MX 的畫面。 出現第三張 Flash MX 的畫面。 根據例題順序陸續出現後幾張 Flash MX 的畫面。對於每個例題的重點與難點教都要給以精練的解釋及板演.如：例 1.問學生怎樣把公式恆等變形最爲省時？例 2 中二倍角餘弦公式的變形與例 1 的區別？例 3 是韋達定理在三角習題中的應用，此題用的舊知識較多。例 4 中要講＜1＞爲什麼變爲 $\sin^2x+\cos^2x$ 的平方關係 兩個學生板演，其餘學生簿上練習。	教學重點：要求學生背熟的公式的情況下，能解決比上一堂難度大的或綜合習題。 注意事項： (1)這堂課知識面較廣，教師注意啓發式引導。 (2)由於這堂課用的舊知識較多，學生的遺忘現象嚴重。如果不做以舊引新練習會拖長授新課的時間。 (3)逆向使用公式時，恆等變形係數錯的約有 18%，學生對於逆向思考問題不夠習慣，需要在教學中加強練習。 (4)三角解題中，＜1＞的變形方法很多，必須要求學生因題制宜掌握。 (7) 做新課後的練習時，由於恆等變形較多，需要選兩個學生板演，否則時間不夠。

教學程序/ 內容	活動過程說明 (含教學策略等)	時間 分配	情景佈置 (含教學資源的運用)	教學重點及注意事項 (含評量的運用)
3.二倍角正切公式的導出與運用	(1)開始上課 (2)舊知識練習(在教師的引導下，發揮學生的主體作用)。 (3)叫程度不同的三、四個學生背公式。 學生練習與教師引導相結合。 (4)陸續出現教案上的例題，系統性、循序漸進啓發式引導相結合的原則。 (5)新知識的課堂練習 (6)佈置家庭作業	約 6 分鐘 約 4 分鐘 約 22 分鐘 約 7 分鐘 約 1 分鐘	出現第一張 Flash MX 的畫面 一學生板演，其餘學生簿上練習。 出現第二張 Flash MX 的畫面。 出現第三張 Flash MX 的畫面。 根據例題順序陸續出現後幾張 Flash MX 的畫面。對於每個例題的重點與難點教都要給以精練的解釋及板演。如：例 1 中，問學生怎樣把習題恆等變形最爲省時？(利用分式基本性質) 例 2 中，沒有二倍角的餘切公式，怎樣得出 cot4A 的値？例 3 中，把二倍角正切公式恆等變形後，哪個是已知數、未知數？ 三個學生板演，其餘學生簿上練習。(平均每個學生兩問)	教學重點：要求學生背熟公式的情況下，能解決有關運用正切公式的基本題或綜合題。 注意事項： (1)這堂課知識面較廣，教師注意啓發式引導。 (2)二倍角正切公式的逆用必須使學生熟練掌握。 (3)注意加強利用分式基本性質恆等變形的方法。 (4)要求學生因題制宜掌握解字母係數的一元二次方程。 (5)做新課後的練習時，由於恆等變形較多，需要選三個學生板演(每人兩小題)，否則時間不夠。

畫面操作說明

本畫面使用 Flash MX 軟件制作，可使用 IE 播放。方法如下：

1. 用滑鼠左鍵雙擊文件圖標，選擇使用播放軟件 IE，建議使用 1024∗764 屏觀看。
2. 片頭出現後，用滑鼠左鍵單擊畫面左邊地球圖標，出現與片頭相同的書本圖標。單擊書本封面即可打開書本，右頁爲繼續翻書，右頁爲返回上一頁。
3. 出現第某教節頁面時，用滑鼠左鍵單擊頁面下部份的動畫圖標即可打開該教節的畫面。
4. 出現畫面圖案後，有四個按鈕（全部用滑鼠左鍵單擊），分別是：

(1) 單擊頁面的上半部：播放頁面內容。
(2) 頁面底邊兩個小橢圓按鈕：單擊左側按鈕爲前一張，單擊右側按鈕爲下一張。
(3) 右上角貓仔圖標爲返回該教節主頁。