

破解自由落體之謎

神探伽利略



自由落體謎

$$S = \frac{1}{2}gt^2$$

$$2S = gt^2$$

$$\frac{2S}{g} = t^2$$

$$\sqrt{\frac{2S}{g}} = t$$

$$t = \sqrt{\frac{2S}{g}}$$

單擺週期公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{L}{g}$$

$$\frac{T^2}{(2\pi)^2} = \frac{L}{g}$$

$$g = \frac{L \times (2\pi)^2}{T^2}$$

科學的真理不應在古代聖人的蒙著灰塵的書上去找，而應該在實驗中和以實驗為基礎的理論中去找。

-伽利略



學校名稱：新華學校(小幼部)

年級：五/六年級

研究員：葉顯信、蕭明睿、盧細其、曹振威、黃幸怡

黃清閣、張健銘

指導老師：胡駿輝老師/盧泳灝老師

報告完成日期：2010 年 3 月 31 日



• 一. 摘要.....	3
• 二. 研究動機.....	3
• 三. 研究目的.....	3
• 四. 待答問題.....	3
• 四. 文獻探討.....	4
• 五. 研究方法.....	7
• 六. 研究進程.....	7
• 研究過程	
• 一. 思想實驗準備.....	7
• 二. 實驗裝置設計.....	7
• 三. 實驗流程圖.....	9
• 四. 實驗過程.....	10
• 五. 研究結論.....	18

摘要

- 關於落體運動，古希臘哲學家亞里士多德僅僅憑藉直覺和觀感，曾經作出過這樣的結論：重的物體下落速度比輕的物體下落速度快，落體速度與重量成正比。因為人們過分迷信權威，2000 多年來，他的學說從未受到任何懷疑，一直到 16 世紀末，伽利略通過反覆的實驗，認為如果不計空氣阻力，輕重物體的自由下落速度是相同的，從而對亞里士多德的理論提出質疑。他嘲諷那些信奉權威的人，他們認為「**有些事情理所當然是對的，僅僅因為亞里士多德是這樣說的**」。
- 相傳伽利略為了公開他的論斷，批駁亞氏的落體理論，曾經在一個有“其他教授、哲學家和全體學生”參加的大型集會，登上高高的比薩斜塔，當場做了著名的斜塔落體實驗，證實了自己的學說，頓時全場譁然，轟動一時。

研究動機

- 我們、甚至大家都知道物件愈重跌得愈快，物件愈輕跌得愈慢，但當看過伽利略在比薩斜塔上做自由落體實驗的故事，他將兩個重量不同的球體從相同的高度同時扔下，結果兩個鉛球同時落地，由此發現了自由落體定律。這個故事令我們感到驚訝和好奇，適逢 2009 年為國際天文年，為紀念 400 年前伽利略對天文學的偉大貢獻，所以我們決定要對此進行探究，破解這個自由落體之謎。

研究目的

- 瞭解落體運動的爭論，並正確理解落體運動。
- 在落體運動的基礎上，理解自由落體運動的含義及其性質。
- 初步理解自由落體的基本規律，並會解決基本問題。
- 利用單擺定律測出澳門的重力加速度值。
- 重演 400 年前的自由落體實驗。

待答問題

- 物體下落是生活中常見的一種運動，思考輕物體下落快還是重物體下落快？
- 為什麼一樣快？同時做實驗，一張紙和粉筆哪一個下落得快？
- 只受重力意味著什麼？由靜止下落又意味著什麼？
- 既然自由落體運動在生活中並不存在，那麼我們研究它的目的是什麼？
- 自由落體運動的性質是什麼？
- 怎樣證明自由落體是初速度為零的均勻加速直線運動？這樣判斷的依據是什麼？

文獻探討

1. 地球引力

- 地球引力是因地球本身質量而具有的引力，又常被稱為地心引力，但這是不正確的，因為如開頭所述，地球引力與地球本身的質量有關，而非來自地心。

2. 重力加速度

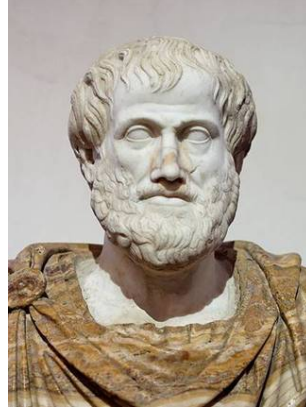
- 定義 -- 地球表面附近的物體，在僅受重力作用時具有的加速度叫做重力加速度。在自由落體運動時， $a=g$ 地球表面的重力加速度被表示為符號 g ，近似地等於每平方秒 9.8 米或每平方秒 32 英尺。這表示，當忽略空氣阻力時，物件在地球表面上自由下跌的加速度為 9.8 m/s^2 。地球本身也受到下落物體的等值的吸引力，也就是說地球朝著下落物體加速移動，但是因為地球本身質量遠大於下落物質量，所以地球的加速度相對來說非常小。
- 性質 -- 重力加速度 g 的方向總是豎直向下的。在同一地區在同一高度，任何物體的重力加速度都是相同的。重力加速度的數值隨海拔高度增大而減小。當物體距地面高度遠遠小於地球半徑時， g 變化不大。而離地面高度較大時，重力加速度 g 數值顯著減小，此時不能認為 g 為常數。
- 距離地面同一高度的重力加速度，也會隨著緯度的升高而變大。由於重力是萬有引力的一個分力，萬有引力的另一個分力提供了物體繞地軸作圓周運動所需要的向心力。物體所處的地理位置緯度越高，圓周運動軌道半徑越小，需要的向心力也越小，重力將隨之增大，重力加速度也變大。地理南北兩極處的圓周運動軌道半徑為 0，需要的向心力也為 0，重力等於萬有引力，此時的重力加速度也達到最大。

3. 空氣阻力

- 空氣阻力是物體在空氣中運動時受到的阻力。空氣阻力的大小與物體相對於空氣的速度、物體的形狀等都有很大的關係。一般物體速度越大，受到的空氣阻力越大。流線型物體受到的空氣阻力要小一些。當飛機飛行時，需要克服空氣阻力前進。利用降落傘產生的空氣阻力，可以延緩物體的下落速度，保證安全。隕石或宇宙飛船的返回艙因為具有很高的速度，會受到很大空氣阻力，產生的熱量甚至可以將物體融化。

4. 亞里士多德的落體實驗

- 早在西元前四世紀，古希臘偉大科學家亞里士多德(Aristotle, 西元前 322 ~284) 就已經提出自由落體的問題，他問道：「把兩個重量不一樣的小球，從同一個高度讓它們同時落下，哪一個球先到達地面呢？」他自己回答說：「是比較重的那一個球先到達地面。因為物體越重，下落越快，下落的速度和重量是成正比的。」
- 由於亞里士多德當時的時代，世人還不知道真空的存在，他做落體實驗時，也沒有考慮到空氣的阻力問題，只看到物體在下落時，越來越快，於是就誤以為物體落下的速度和它的重量成正比，才是使物體產生速度的原因等。

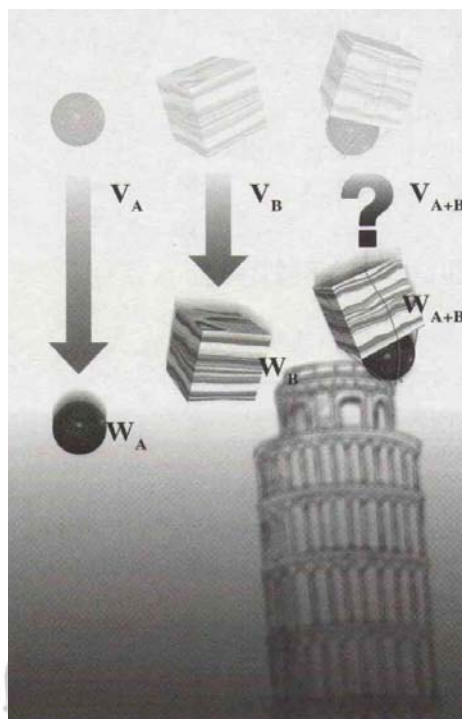


5. 第一個成功的落體實驗

- 到了十六世紀末葉，比利時科學家西蒙·史蒂文(Simon Stevin, 1548~1620) 對亞里士多德關於落體問題的說法表示懷疑，他在著作《論力學》一書中寫道：「反對亞里士多德的實驗是這樣做的：讓我們拿兩個鉛球，其中一個比另一個重十倍。把它們從 30 呎的高度同時丟下去，落在一塊木板或者會發出清晰聲響的東西上面，那麼，我們就可以發現輕的鉛球並不需要比較重的鉛球多十倍的時間才到達木板上，而是同時落到木板上，因此兩者所發出聲響聽起來就像是一個聲音。」史蒂文的這個實驗是和他的朋友德格魯特在德格魯特家做的。
- 我們知道，物理學上所謂的「自由落體運動」，是物體在真空中落下的運動。在真空中，物體只受到一個重力的作用，不管是一塊鐵，還是一根羽毛，它們都以同一重力加速度 g (9.8 公尺每秒平方) 下落。平時，我們到在空氣中的鐵塊比羽毛下落得快，是空氣的阻力作用所引起的。
- 在史蒂文的時代，人們還沒有發現真空的存在，也還沒有做出真空的技術，也不知道「物體的下落是由於地心引力的關係」。但是史蒂文卻成功地做出重鉛球和輕鉛球同時到達地面的實驗，所以史蒂文應該是世界上第一位做出落體實驗的科學家。

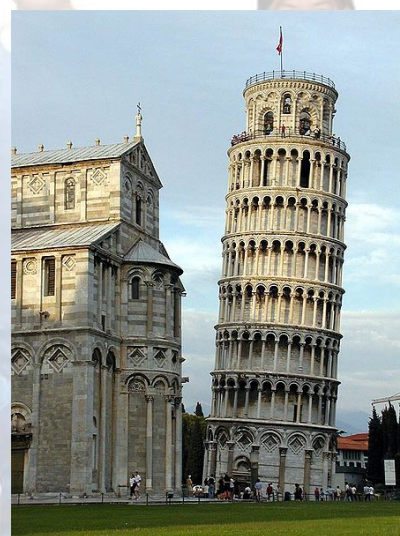
6. 伽利略的落體實驗 I (思想驗證)

- 我們再來看一看伽利略自己的理論，在伽利略所寫的著作中，曾經分析了「物體愈重，下落愈快」的不正確。他說：假設有兩個重量不等的物體 A 和 B， W_A 重 W_B 輕。根據亞里士多德的說法， W_A 的下落速度一定大於 W_B 。現在把 A、B 兩物用細繩捆在一起，然後讓它們落下，由於 V_A 大於 V_B ，則 A 在下落時，是拖著 B 下落的，所以 $(W_A + W_B)$ 的下落速度一定小於 V_A 。但從另一個角度來考慮， $(A+B)$ 可以看成是一個整體， $A+B$ 的重量一定大於 A 的重量，則 $(W_A + W_B)$ 的下落速度一定大於 V_A 。前提相同，但是 $W_A + W_B$ 的速度一會兒比 W_A 小，一會兒又比 W_A 大，其結果互相矛盾。可見亞里士多德的見解是錯誤的。



7. 伽利略的落體實驗 II (實驗驗證)

- 傳說 1590 年伽利略曾在比薩斜塔上做自由落體實驗，將兩個重量不同的球體從相同的高度同時扔下，結果兩個鉛球同時落地，伽利略在比薩斜塔做自由落體實驗的故事，記載在他的學生衛維恩尼 (Vincenzo Viviani, 1622 年-1703 年) 在 1654 年寫的《伽利略生平的歷史故事》(1717 年出版) 一書中，但伽利略、比薩大學和同時代的其他人都沒有關於這次實驗的記載。對於伽利略是否在比薩斜塔做過自由落體實驗，歷史上一直存在著支持和反對兩種不同的看法。



研究方法

- 實驗探究法、對比分析法。
- 通過物體在自由落體運動性質，確定培養學生分析問題、解決問題的能力。
- 通過在沒有空氣阻力下的自由落體運動性質，培養學生用已有的知識分析未知問題的能力。
- 生活中的未知領域我們應該怎樣認識。

研究進程

- 1. 2009年10月 初定研究項目；
- 2. 2009年11月 蒐集資料，落實研究進程；
- 3. 2009年12月 準備實驗用具及自製真空管；
- 4. 2010年1-2月 進行詳細實驗
- 5. 2010年3月 撰寫研究報告

第二章 研究過程

一. 思想實驗與討論

1. 取兩件重量不同的物體一粒小石子和一大張紙片，用雙手拿在一高度，然後讓它們自由落下，並觀察一小粒石子和一大張紙片下落情況。
2. 先把大紙片團成一個小紙團，再讓它和小石子同時下落，並觀察一小粒石子和一大張紙片下落情況。
3. 把兩張相同紙，把其中一張揉成團，並觀察兩者也分別從同一高度同時由靜止下落情況。

二. 實驗裝置設計

1. 因教材用的牛頓管價錢昂貴，且操作不便，於實際操作時會因倒轉牛頓管的一瞬間使兩物體與管壁摩擦而影響實驗結果，令誤差大增；故進行DIY作業，以亞加力圓筒作為牛頓管主體，羽毛和鐵片為實驗體，用一小金屬片夾住羽毛的中央

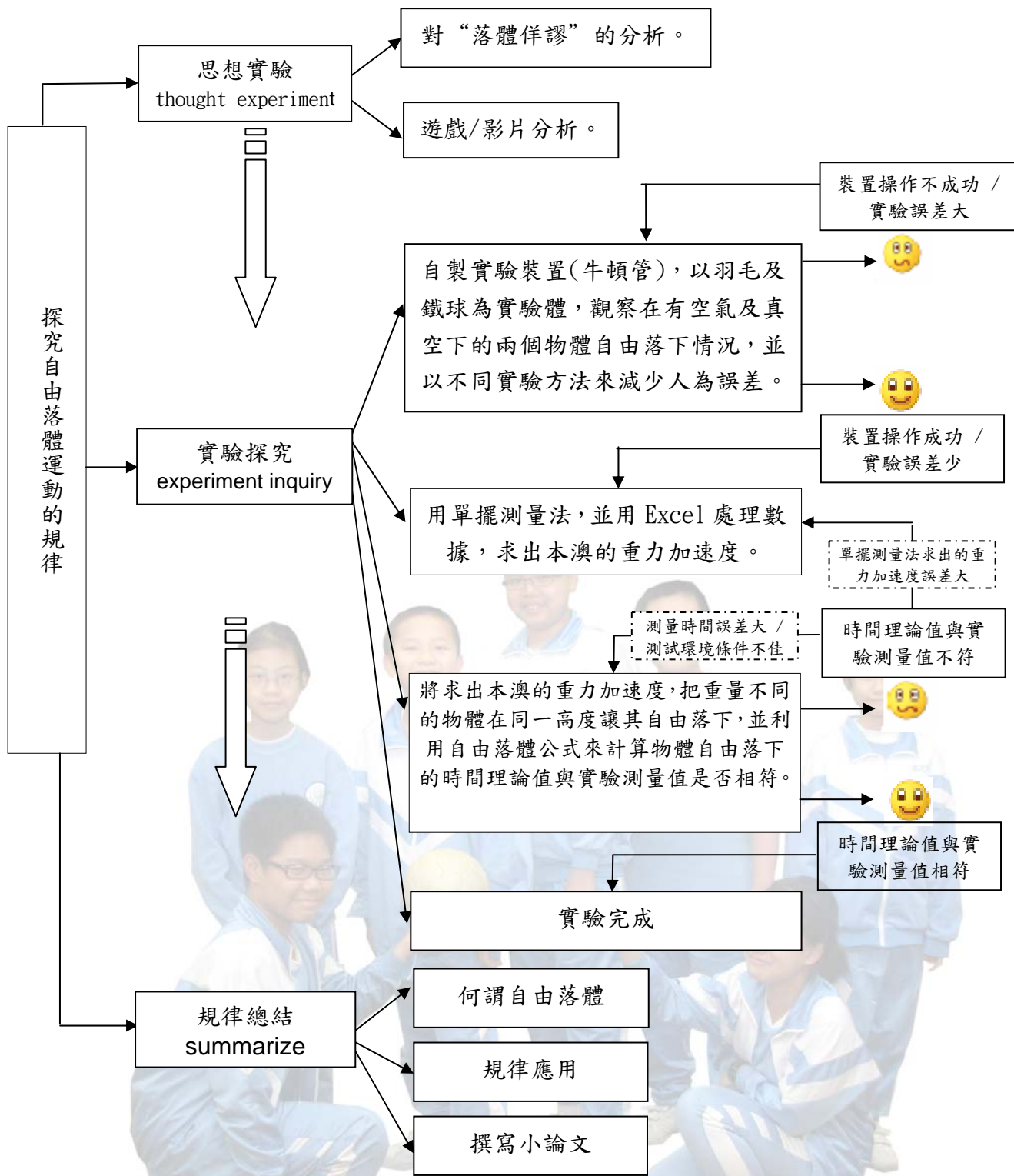
部，使其可以和鐵片一同被磁石固定於圓筒頂部，以三腳架於圓筒中央互相固定以作為旋轉軸心。

三. 進行實驗

1. 利用自製牛頓管，分別以羽毛和鐵片進行實驗，並觀察其在有空氣和真空狀況下的自由落下情況。
2. 利用單擺週期測出重力加速度，將擺掛起來後，測擺長 L ，用拉尺測出擺線長度。測週期 T ，將擺球拉開一個小角度後由靜止釋放，在擺球通過最低點時按下碼錶開始計時，同時將此次通過最低點記為第一次，接著數到第 30 次通過最低點時，按碼錶停止計時，讀出這段時間 T ，算出單擺週期 $T = \frac{T\Delta}{30}$ 。用 Excel 軟體處理數據，將所得的 L 和 T 代入單擺週期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ 中，算出 g ，將它作為實驗結果寫入實驗報告，便可求出澳門的重力加速度。
3. 選擇一處平靜無風的地方，以大小重量不一的球體在固定高度下進行自由落體，用 Excel 軟體處理數據並比較球體到達地面的時間計算值與實際測量值。



實驗流程圖



四. 實驗過程

a. 自製牛頓管

1. 自製牛頓管材料



亞加力圓筒 1 支
(1 米高 / 4 寸直徑)
亞加力膠板 2 塊



熱溶膠槍 / 熱溶膠
磁石



抽真空機



三腳架



鐵片(5g) / 羽毛(幾乎無重量)

製作牛頓管及實驗過程：

1. 先用熱溶膠封底。



2. 放入羽毛和鐵片。



3. 用熱溶膠封頂。



7. 實驗結果

當管內未抽真空時，鐵片跌落管底的速度比羽毛快得多；但當用抽氣機抽掉管內所有空氣時，鐵片和羽毛幾乎同一時間落下。這就證明物體落下的速度跟其重量沒有關係，速度上的差別只是受到空氣阻力的影響。

6. 牛頓管 DIY 完成。



5. 黏緊筒正中部份與三腳架的波頭位置。



4. 用膠喉插入管內，並封緊。



b. 利用單擺原理測量本澳的重力加速度值

我們知道 $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ ，其中 T 是單擺的週期，L 是單擺的長度，g 為重力加速度

因此我們可以做一個實驗，真正的親手測量所站立地方的重力加速度大小。

首先要準備以下的器材：

- 碼表 一個
- 魚絲 一卷
- 剪刀 一把
- 重物 一個
- 拉尺 一把



接下來我們剪一段約二米的細線，並把它對摺成一條共兩段的線，把開端的上重物，利用拉尺測量細線的長度，我們得到單擺的長度為 $L = 0.98$ 公分。

接下來我們將重物用膠帶黏在細線上組合成"單擺"，並且將單擺固定在牆上。



利用鐵釘固定

固定好的重物

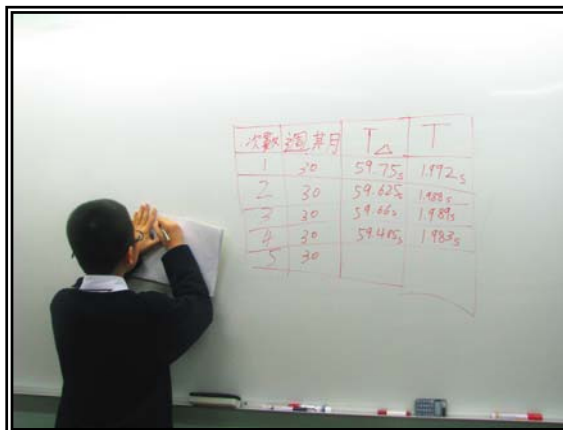
單擺外觀

在實驗器材準備好之後，輕輕推動重物使單擺開始來回擺動，同時按下碼錶計時。

以擺動 30 次之後按下碼錶記錄時間， 總共做 5 次求平均， 以下是站在課室裡面所測得的數據：



研究員為單擺測量時間



將測量得到的數據記下，並計算平均值，確保將誤差減到最少。

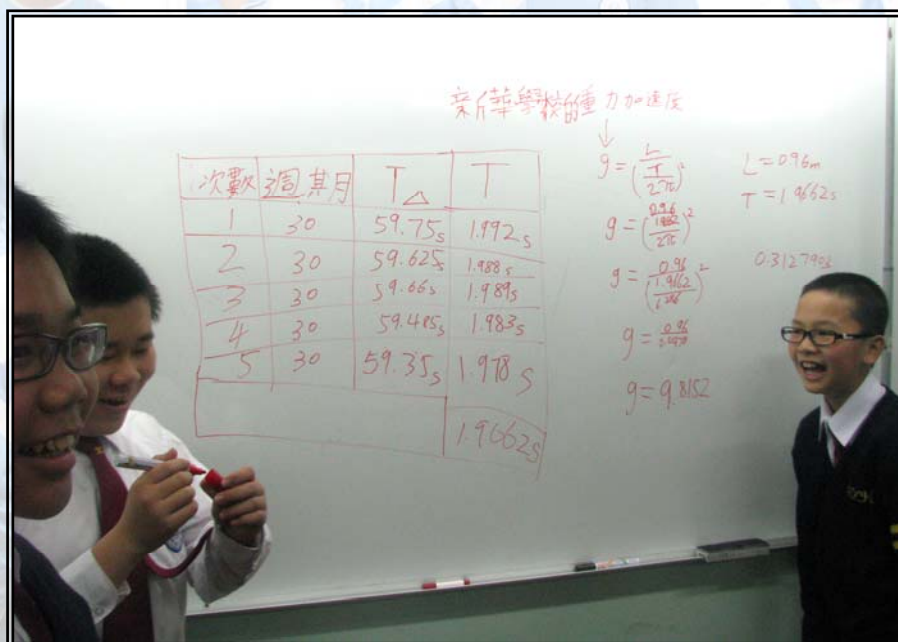
	1	2	3	4	5	平均
30T (s)	59.75s	59.625s	59.66s	59.485s	59.35s	59.574s
T(s)	1.992s	1.988s	1.989s	1.983s	1.978s	1.9858s

因此所得到的單擺週期為 **T=1.986s** 這麼一來，我們所需要的實驗數值 T 跟 L 都準備好了，根據公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

，**T=1.986 秒 L=0.98 米**

力加速度。
研究員嘗試親手利用公式求出本校的重力加速度。



單擺週期公式

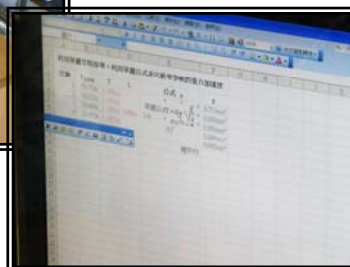
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{L}{g}$$

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{L}{g}$$

$$g = \frac{L \times 4\pi^2}{T^2}$$



利用 Excel 軟體輸入數據，求重力加速度

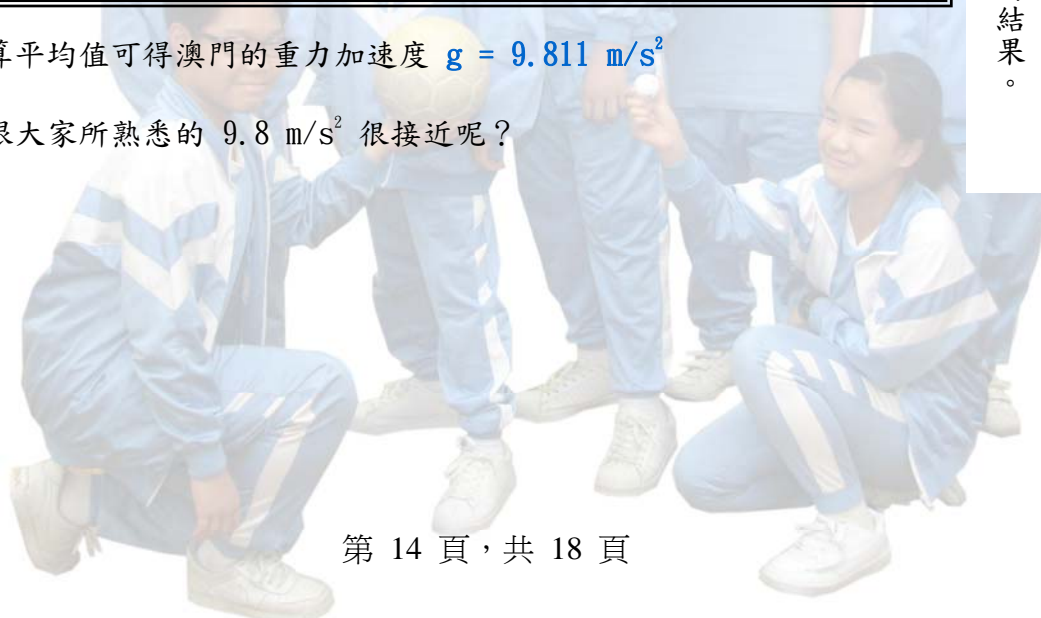
單擺公式中求重力加速度的算式演化。

	A	B	C	D	E	F
1	利用單擺等時原理，利用單擺公式求出新華學校的重力加速度					
2	次數	T _{Δ(30)}	T	L	公式	g
3	1	59.750s	1.992s	0.98m	單擺公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ 故 $g = L(2\pi/T)^2$	9.753m/s ²
4	2	59.625s	1.988s			9.794m/s ²
5	3	59.660s	1.989s			9.783m/s ²
6	4	59.485s	1.983s			9.840m/s ²
7	5	59.350s	1.978s			9.885m/s ²
8			1.986s		總平均	9.811m/s ²

利用 EXCEL 軟體的便利，只要輕鬆的輸入數據，即可得出準確無誤的結果。

因此計算平均值可得澳門的重力加速度 $g = 9.811 \text{ m/s}^2$

是不是跟大家所熟悉的 9.8 m/s^2 很接近呢？



C. 自由落體實測

這次我們已得到了準確的本地重力加速度數據，那我們現可利用自由落體公式計算出物體由某一高度自由落下到地面所需要的時間，如果從公式計算出來的時間值與實際測量的時間值誤差不大時，那我們就確定本地的重力加速度值(g)為一可供科學上使用的參數。

實驗用具：

高爾夫球 1 個
足球 1 個
秤 1 個
拉尺 1 把



先把實驗體高爾夫球及足球量重

(1) 高爾夫球(重 45g)

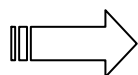


(2) 足球(重 410g)

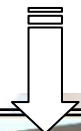


足球比高爾夫球重近 10 倍，如根據亞里士多德的說法，足球下落的速度必定大於高爾夫球 10 倍的。但事實是否如是？

現在我們就重演 400 年前伽利略的自由落體實驗，體驗他如何利用實驗來求真相。因為兩個球體都不是當年的金屬球體，故選擇在室內進行，避免強風影響了準確性，在胡老師的協助下進行錄影工作。



(2) 量度好高度後，拋球員手執足球和高爾夫球移至同一高度，並準備開始倒數。

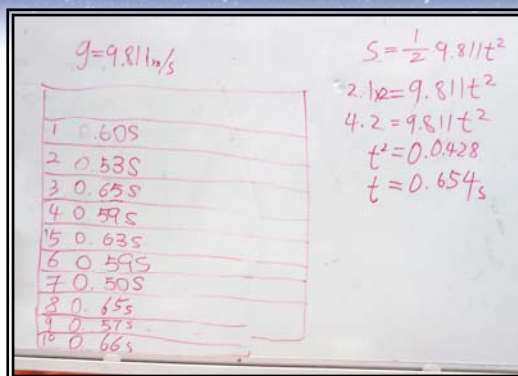


(1) 拋球員先把手放水平，以確保每次拋球的高度都不變，然後量度手到地面的高度。

(3) 拋球員同時放下兩個球體後，計時員隨即開始計時，並細心聆聽，當聽到球體落地後發出的響聲後，即時停止計時。

而回看錄影片段，發現兩件重量懸殊的物體是同一時間落下的。





即場我們用自由落體公式計算時間理論值，左圖為與實驗測量值的比較。

	A	B	C	D	E	F	G
1	已知高度(S)及本澳的重力加速度(g)值下，利用自由落體公式求物體在忽略空氣阻力時墜落時間的理論值是否與測量值相符						
2	次數	高度(S)	重力加速度(g)	公式	時間理論值(t ₀)	時間測量值(t ₁)	誤差
3	1	2.10M	9.811m/s ²	$S = \frac{1}{2}gt^2$ 故 $t = \sqrt{2S/g}$	0.654287s	0.600s	0.054287s
4	2					0.610s	0.044287s
5	3					0.650s	0.004287s
6	4					0.590s	0.064287s
7	5					0.630s	0.024287s
8	6					0.590s	0.064287s
9	7					0.600s	0.054287s
10	8					0.650s	0.004287s
11	9					0.620s	0.034287s
12	10					0.660s	-0.005713s
13	平均值					0.620s	0.034287s
14							
15							

亦是利用 EXCEL 軟體的便利，只要輕鬆的輸入數據，即可得出準確無誤的自由落體所需的時間。



總 結

我們今次為自由落體這個共做了 3 個實驗分別為牛頓管(真空管)實驗、單擺週期求澳門重力加速度、在某高度求自由落體時間。

原來物體下落的速度只是受到地球引力的影響，與其重量並沒有任何關係；平常所觀察到羽毛和鐵片下落速度的差別是因為有空氣阻力影響的緣故。

我們一直以來觀察事物只是很表面，並沒有深入瞭解它的原因，經過這次實驗之後，發現在科學研究中，只有透過實驗，才能得到這個世界的真理。

