



如何在新課標理念下進行變式教學

魏澤夫

變式教學是一種重要的教學方式。這種教學方式緊密圍繞基本問題展開多層次的變化，突出數學對象的本質特徵，促進學生準確理解知識，發現並掌握規律。一般說來，變式教學不僅包括在知識形成過程中的問題設計，例如概念變式，定理、公式的深化變式，還包括數學問題的一題多解、一法多用、一題多變、多題歸一等等。由於變式教學明顯具有積極的促進作用，易於激發學生的學習興趣，因此引起了廣大教師的高度重視。新課標指出：教師不僅是知識的傳授者，而且是學生學習的引導者和合作者。教師要改變以單純講授為主的教學方式，主動與學生進行思維交流，鼓勵學生積極參與教學活動。本文談一下如何在新課標理念下進行變式教學。

一、變式教學的原則

(一) 針對性原則

數學課通常有新授課、習題課和複習課，對於不同的教學形式，變式的方式也應不同，例如新授課的變式教學應密切結合於本節課講授的概念；習題課的變式教學應以本章或本單元的重點題型為主，滲透數學思想方法；複習課的變式教學不但要滲透數學思想方法，還要進行知識的縱向和橫向的聯繫，形成知識網絡。

(二) 適用性原則

變式教學通常要選擇課本中的習題進行變式。在設計變式習題時，不能過於簡單，過於簡單的變式題對於學生來說是祇是一種模仿性學習，學生的思維質量得不到很好的提高；但是也不能變得過於複雜，難度太大容易挫傷學生的學習積極性，達不到教學的目的。因此在選擇課本習題進行變式設計時要根據教學目標和學生的現狀，在適當的範圍內進行變式。

二、變式教學的設計方法

(一) 變更命題，引導學生從不同角度思考

通過變更命題，引導學生從不同的角度思考，這是變式教學設計的基本方法。例如在《函數的單調性》一課，教師可首先講授例題：證明 $f(x)=\frac{1}{x}$ ， $x \in (0, +\infty)$ 是減函數。然後提出變式題：1. 證明 $f(x)=1-\frac{1}{x}$ ， $x \in (0, +\infty)$ 是增函數；2. 判斷 $f(x)=x-\frac{1}{x}$ 在區間 $(0, +\infty)$ 上的單調性。

又如在《等腰三角形的判定及性質》一課，教師可首先提出例題：

已知：如圖， AD 平分 $\angle EAC$ ，且 $AD \parallel BC$ ，

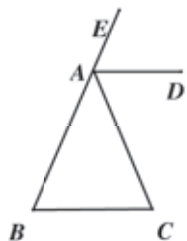
求證： $AB = AC$ 。然後提出變式題：

(1) 已知：如圖， $AB = AC$ ，且 $AD \parallel BC$ ，

求證： AD 平分 $\angle EAC$ 。

(2) 已知：如圖， $AB = AC$ ，且 AD 平分 $\angle EAC$ 。

求證： $AD \parallel BC$ ，



這樣的變式設計可以使學生接觸到同一類型題的不同情況，有利於學生全面的掌握所學知識。值得注意的是：從公式及法則的逆向應用考慮，這是構造變式題的常用方法。例如教業中學陳志明老師在《單項式的乘法》一課，提出的變式練習題是：在下面括號內填上適當的式子，使等式成立：

$$(1) 3a^2(\quad) = 6a^3b - a^3; \quad (2) (\quad)(-2)x^3y = 8x^3y^3;$$

$$(3) (x-y)^2[\quad] = (x-y)^5; \quad (4) 2 \times 10^3(\quad) = 6 \times 10^{10}.$$

(二) 將命題條件一般化，提高學生的分析能力

將原命題中的特殊條件改變為一般條件，這是設計變式題常用的方法。例

如在《不等式的證明》一課，教師可提出：已知： $a, b \in R^+$ ，且 $a \neq b$ ，求證： $a^3 + b^3 > a^2b + b^2a$ 。在證明此題之後，教師提出變式題：已知： $a, b \in R^+$ ，且 $a \neq b$ ， $n \in N, n > 0$ 。求證： $a^{n+1} + b^{n+1} > a^n b + b^n a$ 。此題的一種證法為：

證明：依題，不妨設 $a > b > 0$ ，則 $a^n > b^n > 0$ 。 $\therefore a - b > 0$ ，

且 $a^n - b^n > 0$ 。

$\therefore a^{n+1} + b^{n+1} - a^n b - b^n a = a^n(a-b) - b^n(a-b) = (a-b)(a^n - b^n) > 0$ ，

$\therefore a^{n+1} + b^{n+1} > a^n b + b^n a$ 。

又如在《三角函數的求值》一課，教師可首先提出例題：已知 $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ， $0 < \alpha < \pi$ ，求 α 角的正弦、正切和餘切值。然後提出變式題：(1) 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ， $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ，求 α 角的余弦、正切和餘切值；(2) 已知 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ，求 α 角的正弦和正切值。

這樣的變式設計符合由特殊到一般的認識規律，易於激發學生的興趣，促使學生深入思考問題。

(三) 一題多解，引導學生從不同角度思考

對同一個題目，教師應引導學生從不同的角度思考，形成多種解法，這是一種思維的變式處理。在這個過程中，既可以展示解題的思維過程，又能使學生開闊思路，熟練掌握知識。例如在《有理數的加減運算》一課，教師可提出例題：計算： $(-1)+3+(-4)+7+5+(-3)+(-9)$ 。

解法 1：(正負數分組) 原式 $= [(-1)+(-3)+(-4)+(-9)] + [3+5+7] = (-17)+15 = -2$ ；

解法 2：(特殊值分組 1) 原式 $[3+(-3)] + [(-1)+(-4)+5] + [7+(-9)] = -2$ ；

解法 3：(特殊值分組 2) 原式 $[(-1)+(-9)+3+7] + [(-3)+(-4)] + 5 = (-7)+5 = -2$ ；

又如在《三角方程的解法》一課，教師可首先與學生研討例題：解方程： $2\sin^2 x + \sin^2 2x = 2$ 。通過解題分析，得到如下兩種解法

解法 1：整理得 $2\sin^2 x + 4\sin^2 x \cos^2 x = 2$ ， $\therefore \sin^2 x + 2\sin^2 x(1 - \sin^2 x) = 1$ ，

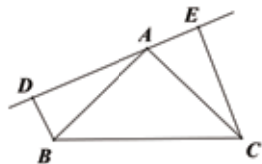
$$\therefore 2\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 = 0, \therefore \sin^2 x = \frac{1}{2} \text{ 或 } \sin^2 x = 1, \therefore \sin x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 或 } \sin x = \pm 1$$

$$\therefore x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \text{ 或 } x = k\pi \pm \frac{\pi}{2}, k \in Z, \{x | x = k\pi \pm \frac{\pi}{4}, \text{ 或 } x = k\pi \pm \frac{\pi}{2}, k \in Z\} \text{ 為所求解集。}$$

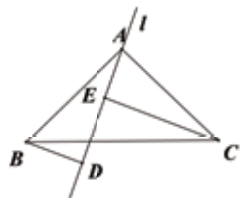
解法 2：整理得 $2 \frac{1-\cos 2x}{2} + 1 - \cos^2 2x = 2, \therefore \cos^2 2x + \cos 2x = 0, \therefore \cos 2x = -1$ 或 $\cos 2x = 0, \therefore 2x = 2k\pi \pm \pi, \text{ 或 } 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, \therefore \{x | x = k\pi \pm \frac{\pi}{2}, \text{ 或 } x = k\pi \pm \frac{\pi}{4}, k \in Z\}$ 為所求解集。

(四) 一題多變，深入探究

教學實踐表明：一題多變可以引導學生深入探究，有效提高學生的思維能力。例題：如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC, \angle BAC = 90^\circ, l$ 是過 A 點的一條直線， $BD \perp l, CE \perp l$ ，垂足分別為 D, E ，求證： $BD + CE = DE$ 。



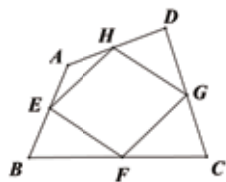
這道題的一個變式為：已知：如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC, \angle BAC = 90^\circ, l$ 是過 A 點的一條直線， $BD \perp l, CE \perp l$ ，垂足分別為 D, E ，則線段 BD, CE, DE 之間有甚麼數量關係？



又如在學習了特殊的平行四邊形之後，教師可首先提出例題：已知：在四邊形 $ABCD$ 中， E, F, G, H 分別是 AB, BC, CD, DA 的中點，求證：四邊形 $EFGH$ 是平行四邊形。然後提出變式題：

(1) 若在矩形 $ABCD$ 中， E, F, G, H 分別是 AB, BC, CD, DA 的中點，則四邊形 E, F, G, H 是甚麼樣的四邊形？

(2) 若在菱形 $ABCD$ 中， E, F, G, H 分別是 AB, BC, CD, DA 的中點，則四邊形 $EFGH$ 是甚麼樣的四邊形？



再比如這樣一道選擇題：函數 $f(x) = \frac{2x}{2+x^2}$ 的值域是 []

- (A) $[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ (B) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ (C) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ (D) $[-2, 2]$

教師可先給出一種解法：因為當 $\frac{2x}{2+x^2}=\sqrt{2}$ 時，方程無解；而當 $\frac{2x}{2+x^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 時，方程有解，觀察四個選項可知(A)對。然後提出：如果將這道題改為填充題怎麼解呢？教師啟發學生得到如下解法：

解法1. $\because 2+x^2 \geq 2\sqrt{2x^2} = 2\sqrt{2}|x|$, $\therefore |f(x)| = \frac{2|x|}{2+x^2} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\therefore f(x)$ 的值域是 $[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ 。

解法2. 設 $y = f(x)$, 則 $y(2+x^2) = 2x$, $\therefore yx^2 - 2x + 2y = 0$, 當 $y \neq 0$ 時, 此方程必有實根, 故 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 2y^2 \geq 0$, $\therefore -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq y \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$, 而當 $x = 0$ 時, $y = 0$, $\therefore f(x)$ 的值域是 $[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ 。

通過對習題的變式處理，開闊學生的解題思路，提高學生的解題能力。

三、變式教學的作用

(一) 變式教學有助於深刻理解概念

概念教學是一種基本的教學形式，一般要經歷引入概念、理解概念、應用概念三個階段。在概念教學中，利用變式教學有助於幫助學生關注概念中的關鍵詞，深刻理解概念。例如在《等差數列的概念》一課，教師可提出：如果一個數列從第二項起，每一項與後一項的差都等於同一個常數，這個數列一定是等差數列嗎？在《等比數列的概念》一課教師可以提出：(1) 等比數列的首項可能等於零嗎？(2) 等比數列的公比可能等於零嗎？(3) 三個數 a, G, b 成等比數列 $\Leftrightarrow G^2 = ab$ 對嗎？

濠江中學鄭國斌老師在《指數函數及其性質》一課，首先提出例題：判斷下列函數是否為指數函數：(1) $f(x) = 4^{2x}$; (2) $g(x) = x^3$; (3) $\varphi(x) = 2^{x+1}$ 。然後提出變式練習題：判斷下列函數是否為指數函數：(1) $f(x) = 3^x$, $x \in \mathbb{R}^+$; (2) $g(x) = 2^{3x} - 1$; (3) $\varphi(x) = 5^{\frac{x}{3}}$ 。

通過變式練習，使學生深刻理解了指數函數概念中對底數、指數和定義域的限制。

(二) 變式教學有助於展示知識的發生過程

講背景、講過程、講思想方法，這是新課標提出的教學原則。變式教學有

助於展示知識的發生過程，例如在《直線的方程》一課，教師可首先引導學生推導直線的點斜式方程，然後提出變式練習題：分別求滿足下列條件的直線的方程：

- (1) 直線的斜率為 k ，在 y 軸上的截距為 b ；
- (2) 直線過兩點 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ；
- (3) 直線在 x 軸、 y 軸上的截距分別為 a 、 b 。

通過研討使學生發現：這三個問題都可以轉化為直線的點斜式方程解決。體會如何將新問題化歸為熟悉的模式，得到直線方程的另外三種形式，即斜截式、兩點式和截距式。

通過這樣提出問題，不僅可以很好地起到鞏固點斜式方程的作用，還可以使學生通過解題，找到四種方程之間的內在關係，領悟如何尋找解題思路，從而提高分析問題的能力。

根據所學知識的不同特點，教師還可結合典型問題，設計變式題組，提煉解題規律。例如在《分式不等式的解法》一課，在例題教學結束之後，教師可提出練習題組：

$$\text{解不等式：(1) } \frac{x-3}{x^2+1} > 0; \text{(2) } \frac{x-3}{x+1} < 0; \text{(3) } \frac{2x-3}{x+1} \leq 1。$$

已知不等式 $\frac{x}{x^2+x+1} \geq m$ 對於任意實數 x 均成立，求 m 的取值範圍。

這組變式題組圍繞教學目標，由易到難，並且為學有餘力的學生提供了深入研討的空間。從學生解題的角度來分析，在解分式不等式時容易產生的思路是討論分母的正負，轉化為解不等式組。教師對此要尊重學生的解法，當學生談出自己的解法之後，教師可組織學生研討，是否可以不討論分母的符號來解答？通過對比不同解法，使學生領悟合理的解答方法是利用實數乘法的符號法則。這一解題規律的發現可以提高學生分析問題、解決問題的能力，引導學生總結解分式不等式的基本思路是：將分式不等式化為整式不等式；解題步驟是：(1) 當分母可以確定正負時，直接去分母；(2) 當分母的符號不確定時，可通過移項、通分轉化為整式不等式求解。第 2 組題可以從多種角度展開思路：

解法 1： $\because x^2+x+1>0$ 對任意實數 x 恒成立， $\therefore mx^2+(m-1)x+m\leq 0$ 對任意實數 x 恒成立， $\therefore m<0$ ，且 $(m-1)^2-4m^2\leq 0$ ，解得 $m\leq -1$ ， $\therefore m$ 的取值範圍是 $(-\infty, -1]$ 。

解法 2：設 $u=\frac{x}{x^2+x+1}$ ，則 $ux^2+(u-1)x+u=0$ ， $(u-1)^2-4u^2\geq 0$ ，解得 $-1\leq u\leq -\frac{1}{3}$ ， $\therefore u$ 的最小值是 -1 ，依題， $m\leq -1$ ， $\therefore m$ 的取值範圍是 $(-\infty, -1]$ 。

解法 3：依題可知， m 必為負數，故祇需考慮原不等式對任意負實數 x 均成立的情形，

$$\because x<0, \therefore \frac{x}{x^2+x+1} = \frac{1}{\frac{1}{(-x)+(-\frac{1}{x})}+1} \geq \frac{1}{-2\sqrt{(-x)\cdot(-\frac{1}{x})}+1} = -1,$$

$\therefore \frac{x}{x^2+x+1}$ 的最小值是 -1 ，依題， $m\leq -1$ ， m 的取值範圍是 $(-\infty, -1]$ 。

(三) 變式教學有助於激發學生的學習興趣

在傳統教學中，教師多習慣採用單純講授式，由教師把公式、定理的推導方法、適用條件詳細的講授給學生，雖然這種教學方式易於控制教學流程，但是往往造成學生學習的被動，難以激發學生的學習興趣。在新課標的教學理念下，教師可採取變式教學激發學生的學習興趣。由教師提出問題並組織研討，鼓勵學生積極參與，獨立思考。例如在《遞推數列通項公式的求法》一課，教師可首先引導學生回憶等差數列的概念，然後提出：由等差數列的定義得 $a_n=a_{n-1}+d$ ， $\therefore a_2-a_1=d$ ， $a_3-a_2=d$ ， \dots ， $a_{n-1}-a_{n-2}=d$ ， $a_n-a_{n-1}=d$ ，將這 $n-1$ 個等式兩邊對應相加可得 $a_n-a_1=(n-1)d$ ， $\therefore a_n=a_1+(n-1)d$ 。這種方法可稱為差分累加法，在此基礎上，教師提出第一組練習題：

- (1) 已知數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1=1$ ， $a_n=a_{n-1}+2n$ ，求數列 $\{a_n\}$ 的通項公式；
- (2) 已知數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1=1$ ， $a_n=a_{n-1}+2^n$ ，求數列 $\{a_n\}$ 的通項公式；

通過解答，使學生初步掌握利用差分方法求數列的通項公式。然後提出第 2 組練習題：

- (1) 已知數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1=1$ ， $a_n+na_n\cdot a_{n-1}-a_{n-1}=0$ ，求數列 $\{a_n\}$ 的通項公式；
- (2) 已知數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1=1$ ， $a_{n+1}=2a_n+3$ ，求數列 $\{a_n\}$ 的通項公式。

略解第二組題：(1) 由題設條件可知 $a_n \neq 0$ ， \therefore 原式可化為 $\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n-1}} = n$ ，累加

可得 $\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_1} = 2+3+\dots+n = \frac{(n-1)(n+2)}{2}$, $\therefore \frac{1}{a_n} = \frac{n(n+1)}{2}$, $\therefore a_n = \frac{2}{n(n+1)}$ 。

(2) 依題得 $a_{n+1} - a_n = 2(a_n - a_{n-1})$, 易知 $a_2 - a_1 = 4$, $\frac{a_{n+1} - a_n}{a_n - a_{n-1}} = 2$, \therefore 數列 $\{a_n - a_{n-1}\}$ 是等比數列, $\therefore a_n - a_{n-1} = 4 \times 2^{n-2} = 2^n$, 累加可得:

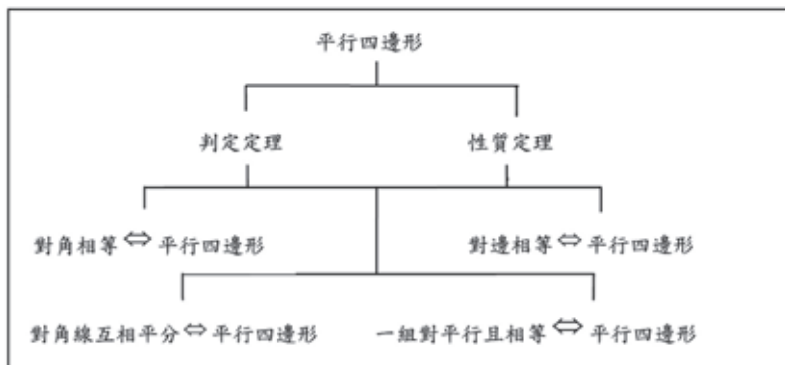
$$a_n - a_1 = 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = \frac{4(1-2^{n-1})}{1-2} = 2^{n+1} - 4, \therefore a_n = 2^{n+1} - 3。$$

通過以上變式題的訓練, 強化學生的化歸意識, 使學生進一步體會差分累加法。

(四) 變式教學有助於促進知識網絡的形成

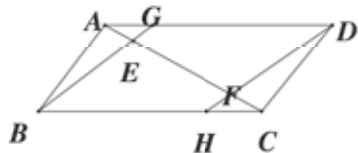
在階段複習時, 教師可通過變式教學, 溝通知識之間的內在聯繫, 幫助學生在原有認知結構的基礎上形成知識網絡, 加深對知識與方法的理解。例如在《平行四邊形》複習課, 教師可以首先引導學生歸納知識, 得到知識結構圖(如右圖), 使學生明確本單元知識(一個概念、三個判定定理、四個性質定理)之間的關係及規律, 然後提出例題: 已知: 如圖, 在平行四邊形 $ABCD$ 中, E, F 在 AC 上, 且 $AE = CF$ 。

求證: $BE \parallel DF$ 。

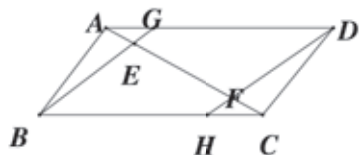


通過例題研究, 使學生明確證明兩條直線平行的不同方法, 然後提出變式題:

(1) 如圖, 在平行四邊形 $ABCD$ 中, E, F 在 AC 上, 且 $AE = CF$, 直線 BE 交 AD 於 G , 直線 DF 交 BC 於 H , 求證: 四邊形 $BGDH$ 是平行四邊形。

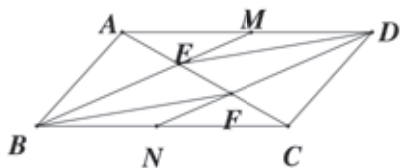


(2) 如圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中， M, N 分別為邊 AD, BC 的中點，直線 BM, DN 分別交 AC 於 E, F ，求證： $BF=DE$ 。



在《二次函數在閉區間上的最值》複習課，教師可提出：求 $f(x)=x^2-x+2$ ， $x \in [-1, 1]$ 的最大值和最小值，通過研討，明確通過判斷物線的對稱軸所在位置求出最值，然後提出變式題：

- (1) 求 $f(x)=x^2+2x-3$ ， $x \in [-2, 1]$ 的最大值；
- (2) 已知 α, β 是關於 x 的方程 $x^2+2mx+5m^2+2m=0$ 的兩個根，求 $\alpha^2+\beta^2$ 的最大值。
- (3) 求 $f(x)=-x^2+2ax+1$ 在區間 $[0, 2]$ 上的最小值。



(五) 變式教學有助於培養學生思維的嚴謹性

由於變式教學僅變換問題的形式，並不改變問題的本質，因此可以促使學生全面分析問題，深刻理解學習內容，例如在命題教學中，運用變式教學可引導學生明確命題成立的條件、結論和適用範圍，培養學生思維的嚴謹性。例如在《均值不等式》一課，教師可結合例題（已知 $x>0$ ，求 $y=x+\frac{1}{x}$ 的最小值）提出變式題：(1) 已知 $x<0$ ，求 $y=x+\frac{1}{x}$ 的最大值；(2) 已知 $x>1$ ，求 $y=x+\frac{1}{x-1}$ 的最小值；(3) 如何求函數 $f(x)=x+\frac{1}{x}$ ， $x \geq 2$ 的最小值？第 (3) 題有如下幾種解法：

$$\text{解法 1: } \because x \geq 2, \therefore f(x) = \left(x + \frac{4}{x}\right) - \frac{3}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} - \frac{3}{2} = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \text{當 } x=2 \text{ 時, } f(x) \text{ 取到最小值 } \frac{5}{2}.$$

解法 2: 任取 $x_1, x_2 \in [2, +\infty)$ ，且 $x_1 < x_2$ ，則 $x_1 - x_2 < 0$ ， $x_1 x_2 > 1$ ，

$$\therefore f(x_1) - f(x_2) = (x_1 - x_2) + \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right) = (x_1 - x_2) \frac{x_1 x_2 - 1}{x_1 x_2} < 0, \therefore f(x_1) < f(x_2),$$

$$\therefore f(x) \text{ 在區間 } [2, +\infty) \text{ 上是增函數, } \therefore f(x) > f(2) = \frac{5}{2}, \therefore \text{當 } x=2 \text{ 時,}$$

$f(x)$ 取到最小值 $\frac{5}{2}$ 。

解法 3：設 $y=x+\frac{1}{x}$ ，則 $x^2-yx+1=0$ ， $\therefore x=\frac{y\pm\sqrt{y^2-4}}{2}$ ，已知 $y>2$ ， $\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}=2$ ，

$$x=\frac{y+\sqrt{y^2-4}}{2},$$

而 $x\geq 2$ ， $\therefore \frac{y+\sqrt{y^2-4}}{2}\geq 2$ ， $\therefore \sqrt{y^2-4}\geq 4-y$ ，解得 $y\geq\frac{5}{2}$ ， \therefore 當 $x=2$ 時， $f(x)$

取到最小值 $\frac{5}{2}$ 。

(六) 變式教學有助於突破教學難點

由於變式教學注重從不同的角度分析問題，因此，利用變式教學可以突破難點，培養學生觀察問題和分析問題的能力，幫助學生順利解決學習上的困難。

例如有關反函數的問題，是函數一章的教學難點之一。在學習了反函數的概念之後，教師先提出例題：函數 $y=3x-1, x\in\mathbb{R}$ 的反函數是 _____。然後提出變式題：

(1) 函數 $y=3x^2-1, (x>0)$ 的反函數是 _____；

(2) 若 $y=x^2+2ax+2a-1, (x\geq 1)$ 存在反函數，則實數 a 的取值範圍是 _____；

(3) 已知 $f(x)=ax^2+b, (x>0)$ 的圖像過點 $(2, 11)$ ，它的反函數圖像過點 $(2, 1)$ ，則 $f(x)$ _____。

通過以上變式題使學生明確：(1) 滿足甚麼條件的函數存在反函數；(2) 如何求一個函數的反函數；(3) 互為反函數的兩個函數圖像之間有甚麼關係；(4) 促使學生加深對反函數概念的理解。

再比如關於函數的奇偶性判斷問題，也是學生容易出現學習偏差的一個教學難點，教師可首先提出例題：判斷函數 $f(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^x-1}$ 的奇偶性。然後提出變式題：

(1) 判斷函數 $f(x)=2-\frac{4}{2^x+1}$ 的奇偶性；

(2) 設 $f(x)=2^x-\frac{a}{2^x}$ 是奇函數，則常數 a = _____；

(3) 若 $f(x)=x(a+\frac{1}{2^x-1})$ 是偶函數，則常數 a = _____。

(七) 運用變式教學有助於發現和掌握解題規律

利用變式教學有助於激發學生發現規律，掌握規律，運用規律解決問題，培養學生思維的廣闊性。例如在三角函數圖像平移變換的教學中，教師可首先提出例題：若將函數 $y=\sin x$ 的圖像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 個單位，則所得到的圖像對應函數為_____。然後提出變式題：

(1) 函數 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 的圖像可由函數 $y=\sin x$ 的圖像向_____ 平移 _____ 個單位得到；

(2) 函數 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{4})$ 的圖像可由函數 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 的圖像向_____ 平移 _____ 個單位得到；

(3) 要得到函數 $y=\cos \frac{x}{2}$ 的圖像，祇需將函數 $y=\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6})$ 的圖像向右平移 _____ 個單位。

通過以上變式題的思考與練習，使學生發現和掌握函數圖像平移的規律。

再比如教業中學文智和老師在全澳公開課《正多邊形和圓》一課教學中，為了使學生理解並掌握解題規律，在例題（證明：各角相等的圓外切五邊形是正五邊形）的基礎上，設計了如下變式題：

1. 已知：如圖，五邊形 $ABCDE$ 內接於 $\odot O$ ， $AB=BC=CD=DE=EA$ ，

求證：五邊形 $ABCDE$ 是正五邊形。

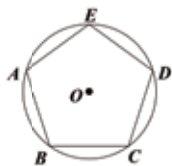
2. (口答) 下列命題是真命題嗎？如果不是，舉出一個反例。

(1) 各邊相等的圓外切多邊形是正多邊形；

(2) 各角相等的圓內接多邊形是正多邊形。

3. 已知：五邊形 $ABCDE$ 內接於 $\odot O$ ， $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E$ ，

求證：五邊形 $ABCDE$ 是正五邊形。



通過變式練習，使學生對解題規律（利用等分圓周確定正多邊形）進一步加深理解。

綜上，我們探討了如何進行變式教學的設計，變式教學為我們提供了行之有效的教學模式，祇要我們認真學習新課標的教學理念，積極進行實踐，不斷總結經驗。就一定能提高教學的有效性。