



理解“數感” 培養“數感”

陳京京

《數學課程標準》在總體目標中提出：要使學生“經歷運用數學符號和圖形描述現實世界的過程，建立數感和符號感，發展抽象思維”，明確把數感作為課程目標提出來，強調數學學習中培養學生數感的重要性。“數感”既是一個教學目標，同時也是一種能力，在數學學習中起著重要作用，良好的數感可以極大地促進學生數學學習能力的提高，數感發展較好的學生能快速靈活地掌握數學知識、解決數學問題。在現實教學中，究竟能在哪些知識學習的領域滲透數感、如何培養學生數感，還有很多教師感到十分模糊、困惑，希望借此文能提供給老師們一些線索和啟發。

一、對“數感”的不同界說

- 數感是我國新一輪基礎教育課程改革中提出的一個新詞彙，許多專家學者對“數感”給出了各種定義：
- 數感是人們主動地、自覺地和自動化地理解和運用數的態度與意識。(馬雲鵬，史炳星)
- 數感是對數的感悟，既有感知的成份又有思維的成份。(史甯中，呂世虎)
- 數感是以“數概念”在人腦中的擴展而產生的一種對數學問題的敏感。(葉蓓蓓)

- 數感是在大量的學習和生活實踐後積累起來的一種儲存在潛意識中的內隱的、非結構性的關於數及其運算等方面的程式性知識。(湯服成, 郭海燕)
- 數感是一種關於數字的直覺, 它從數字的所有不同的意義的表述得以表現。(美國數學課程標準)

從這些表述中可以看出, 數感既有感知的成份又有思維的成份, 是建立在大量的學習和生活實踐基礎之上而產生的對現實生活中的現象和問題從數學的角度去分析與解決的一種敏感。

數感是非邏輯思維的範疇, 它更多的體現了“直覺”的性質。甚麼是“直覺”呢?“直覺”的實質主要在於邏輯思維過程的壓縮, 它是運用已有知識和形象直感對當前問題進行分析及推理, 以便迅速發現解決問題的方向或途徑的思維形式。例如: 學生計算 $2+3=5$ 的學習過程。最初學生需要借助實物分別數出2和3, 計算 $2+3$ 通過數數獲得結果; 熟悉後, 不需要一點數就能直接分別拿出2個和3個實物, 看著實物就可以回答出 $2+3=5$; 最後不用借助實物, 計算 $2+3$ 能脫口而出得數是5, 形成直覺。在這個過程中學生經歷了由動作思維到直覺思維, 學生建立數概念、對2.3.5和他們關係的理解不斷加深, 在計算過程中學生數一數、對2和3直觀的認識是學生最後能脫口而出答案的基礎。

二、對《標準》中“數感”的解讀

數學是人們認識社會、認識自然和日常生活的工具, 培養學生數感有助於學生學會用數學的模式思考問題, 用數學的方法理解和解釋實際問題, 能從現實的情境中建立數學模型解決現實問題。《標準》在關於學習內容的說明中, 描述了數感的主要表現: “理解數的意義; 能用多種方法來表示數; 能在具體的情境中把握數的相對大小關係; 能用數來表達和交流資訊; 能為解決問題而選擇適當的演算法; 能估計運算的結果, 並對結果的合理性做出解釋。”這是對數感的具體描述, 是義務教育階段培養學生數感的主要內容。

(一) 理解數的意義

學生要能將數概念與它們所表示的實際含義建立起聯繫, 瞭解數概念的實際含義, 是理解數的標誌, 也是建立數感的表現。如: 學生能夠理解1個人和1

個班級的不同，1.40 米和 1.40 元的不同，1 和 10 兩個數中數字 1 所表示的意義不同，身份證上的號碼並不表示數量的多少而是有著代表意義的代號等。數的概念是抽象的，需要為學生提供充分的可感知的現實背景，才能使學生真正理解。

（二）能用多種方法來表示數

用多種方法表示數是指要求學生在理解數概念的基礎上，瞭解數的產生和發展過程，人類早期對數的認識是從實物、代替物、圖像逐漸發展為數位記號的，抽象的數位記號不是表示數的唯一方式，人們可以用不同的方式表示數。如：通過數學故事向學生介紹古代人們用“結繩記數”等方式表示數、用算籌進行計算；引導學生用不同的方式表示數，又如 1.2.3.....，是數的一種表示方法，即世界通用的阿拉伯數字，一、二、三、..... 也是數的一種表示方法，I、II、III、IV..... 也是數的一種表示方法。學生認識數也有一個由具體到抽象的過程，首先感知，活動中獲得 10 以內的數概念，接著是 20 以內的數、100 以內的數，當學生的理解能力達到一定程度時再學習萬以內的數，再後來是用字母表示的數，如：當 a 比 b 大 2 的時候我們可以表示為 $a=b+2$ 。從這個算式中學生能體會到 a 和 b 是兩個不同的數，還能體會到 a 與 b 之間的關係，在這樣抽象的表示方法中提高學生的數感。

（三）能在具體的情境中把握數的相對大小關係

這裡的相對大小關係既包括不同的數的相對大小關係也指同一個數在不同的情景中所表示的不同的實際意義，比如一張紙的 $\frac{1}{2}$ 和一摞紙的 $\frac{1}{2}$ 所代表的實際意義是不同的，但在討論分數時又是等價的。對數的相對大小關係的把握也能加深學生對數的實際意義的理解，增強學生的數感。

（四）能用數來表達和交流資訊

數學具有抽象、簡潔、準確的特點，用數進行表達和交流，是科學和有效傳遞資訊的重要方式，用數來表達和交流資訊會使學生體會到學習數學的價值，也是形成數感的具體表現。如：用正負數表示贏球和輸球、溫度的零上或是零下、食品包裝上的條碼等。

（五）能為解決問題而選擇合適的演算法

運算是解決問題的工具，學生遇到具體問題時首先要想到用甚麼方法解決

這個問題，選擇甚麼演算法解決，然後再算出具體的結果。同樣一個問題可以用不同的方式解決，同樣一個算式，也可以有不同的計算方法。提倡演算法多樣化有助於學生數感的培養。例如，學校組織春遊要租車，可以選擇大車和小車、每種車的準載人數不同，如何租車要涉及取整的問題、經濟問題、省時的問題、人數問題等等，不同的學生考慮的因素各不相同便會得到不同的解決方案。

(六) 能估計運算的結果，並對結果的合理性做出解釋

隨著科學技術的不斷發展，大部分問題解決不需要精確到一定的程度，祇需要精確到能解決問題的程度就可以了，因此數學課程中對計算的難度降低了要求，但對演算法、算理的理解加強了要求，學生在解決問題過程中合理估算，尋求答案是學生數感表現的一個方面。例如學生能很快判斷出 35 與 87 的和不可能是二百多並能合理的說出理由，能很快發現門高 2 分米這句話語中的錯誤並進行解釋。

三、教學過程中數感的培養

數感不是與生俱來的，可以通過培養而獲得。根據皮亞傑的發生認識論將兒童認識的發展劃分為四大階段並提出對應每一階段的教育模式（見表一），小學時期屬於具體運演階段，對應的教學模式為“形象為主，具體地學；情景交融，直觀地學”。結合教材中培養學生數感的主要內容，可從以下幾個方面促進學生數感的形成和發展。

表一：認識發展對應的教育模式

認識階段	對應的教育模式
感知運動階段（嬰兒時期）	主體活動，感知中學
前運演階段（幼兒時期）	遊戲為主，從玩中學
具體運演階段（小學時期）	形象為主，具體地學 情景交融，直觀地學
形式運演階段（初中時期）	抽象為主，形式地學 邏輯為主，歷史地學

(一) 重視感知和體驗

對具體事物的感知和體驗，是學生建立數感的基礎。我們來分析學生對一道數學題的解題過程，這是一道填寫單位的題目：圍著學校操場跑一圈，跑了 200（ ）。首先要確定是填寫長度單位，再去考慮長度單位有厘米、分米、米、千米，

憑藉對 1 厘米、1 分米、1 米的長度具體長度的把握來選擇合適的長度單位。學生完成這題要能理解跑一圈是指經過的距離，是一個長度，還要調動在頭腦中所形成的對各長度單位的正確表像進行合適的選擇。而這些並不是通過對各種概念的背誦就能獲得，必須通過感知和體驗。認數的過程中，讓學生說一說自己身邊的數，生活中用到的數；理解數的意義時，說一說自己的學號、自己家的門牌號碼、本班同學共多少人、全校有多少人；學習分數意義時，讓學生表示出一張紙的 $\frac{1}{2}$ 和 10 張紙的 $\frac{1}{2}$ ；學習長度單位時，比劃一下 1 厘米、1 分米、1 米的實際長度；學習數位和計數單位時，讓學生經歷數出 10 根小棒捆成一捆；學習重量單位時，觀察 1 袋鹽、一袋糖、一袋洗衣粉、一壺油分別有多重，並掂一掂，體會它們的重量等。

（二）加強運算和應用的聯繫

學習運算是為了解決問題，不是單純為計算而計算，對運算方法的判斷，與學生的數感有密切關係，將運算置於具體的問題情境中，結合具體的問題選擇適當的演算法，能增強學生對運算實際意義的理解，提高學生解決問題的能力，培養學生數感。一般對加法的定義是：“把兩個數合併成一個數的運算。”減法的定義是：“已知兩個加數的和與其中一個加數，求另一個加數的運算。”乘法的定義是：“求相同加數的和的簡便運算。”除法的定義是：“已知兩個因數的積與其中一個因數，求另一個因數的運算。”這些運算定義雖然在表述上已經比較直觀，但對於小學生來說，仍是十分抽象的。心理學研究表明，當一個數的運算與所代表的情境中的物體相聯繫時，才能在學生的頭腦中獲得真正的意義。

如：教學“加法”時，教材創設了學生熟悉的活動情境圖“摺紙遊戲”：已經摺了 1 隻紅色的紙鳥，2 隻藍色的紙鳥。

組織學生觀察並述說：紅色紙鳥的隻數可以用“1”表示，藍色紙鳥可以用“2”表示，一共摺的紙鳥隻數可以用“3”表示；要求一共有多少隻紙鳥，可以把“1”和“2”合併起來，在數學上把這種運算叫做“加法”，寫成“ $1+2=3$ ”；然後讓學生聯繫情境說一說“1”、“2”、“3”和“+”各表示甚麼含義；最後再通過小朋友把兩隻手裡的氣球合併以及讓學生動手擺學具等活動，逐步形成對加法意義的認識。這樣，學生對加法含義的理解是建立在豐富的感性積累基礎之上，在頭腦中形成鮮明的動態表像，從而獲得對於加法運算意義的準確理解。學

生在對四則運算意義的深刻理解之上，數感也得到培養和提高。

（三）重視表達和交流

語言和思維的密切關係使我們不能忽略語言解釋在數感建立中的重要地位，讓學生進行數學的傾聽和口頭表達就是指鼓勵學生大膽的說，用自己的語言解釋數學，用數學的語言解釋現實問題；讓學生帶著思考的聽，聽他人怎樣表達，學習他人的表達。語言具有表達思想的作用，數學語言具有簡潔、抽象、精煉等特點。學生用自己的語言解釋數學，便於學生理解數學概念。實踐也證明凡是能用數學的語言解釋現實問題的學生，那麼他們也必然對數學概念有著透徹而深刻的理解。同時，學生用心的去傾聽他人的表達，也會在傾聽的過程中與自己的觀點反複捏合，通過對他人的思維和策略的考察擴展自己的思維空間，對自己的觀點進行澄清和組織。“大膽說”與“認真聽”形成一個良性的交流過程，在交流的過程中可以達到彼此觀點的互補和優化，有利於學生對數學知識的深刻理解和掌握，促進數感的形成和發展。

（四）重視估算的學習

估算是一種數學的綜合能力，是培養學生數感的一個有效手段，有關著作也論述了估算與數感的關係，並且指出估算在數感形成中的作用。在估計過程中不僅僅需要對數的概念熟悉，懂得選取合適的標準進行量化，還需要掌握數之間的相互關係，更重要的是估算是日常生活中運用數學知識的最常用的方式。數感的形成和表現最顯著的就是在社會生活中對現實問題進行數學處理和數學化解決的有效協助，而估算就是對這種數位化思考的體現。

在小學階段估算分為估數、估量、估算三大塊，在教學中要老師有意識的讓學生體會到學習估算的價值，教給學生估算的方法，培養估算的習慣。如：讓學生估計一堆糖的數量，可以先抓一把糖，估計一把糖大約有多少顆？再估計那堆糖大約有多少把，然後估計出這堆糖的數量。再如：估量一個房間的面積，要先估計房間的長和寬大約多少米，再計算出房間的面積。在解決問題的時候要根據問題中的實際情況來選擇是估大還是估小等等。估算習慣的養成，並非一朝一夕，一蹴而就，需要教師長時間、有計劃、有步驟地滲透和講練。除了教材中明確規定的幾節估算課以外，教師還應有意識地去挖掘教材中蘊涵的估算題材和生活中與之有聯繫的估算題材，讓學生在細水長流式的訓練中，自然而然地養成估

算的習慣。

培養學生數感應當成為中小學數學教育的重要目標之一，在實際教學中要正確理解數感，結合具體的教學內容有意識地提供有助於培養學生數感數學課堂，促進學生數感的建立和數學素養的提高。

參考文獻

1. 中華人民共和國教育部。全日制義務教育數學課程標準(實驗稿)。北京師範大學出版，2001。
2. 馬雲鵬，史炳星。認識數感與發展數感。數學教育學報，2002。
3. 鄭毓信。“數感”“符號感”與其他——《課程標準》大家談。數學教育學報，2002。
4. 徐文彬，喻平。“數感”及其形成與發展。數學教育學報，2007。
5. 史甯中，呂世虎。對數感及其教學的思考。數學教育學報，2006。
6. 葉蓓蓓。對數感的再認識與思考。數學教育學報，2004。
7. 湯服成，郭海燕。“數感”與“數感”的習得——學習《課程標準》的一點體會。廣西右江民族師專學報，2003。
8. 藤發祥。數感及其教育價值。課程·教材·教法，2004。