



談澳門幾何教學的應對方法

張良全

受教育部委派，來澳駐校交流已滿兩年，深入5所學校，觀課300餘節。其中接近一半的課是幾何課，課後還翻閱了大量的學生幾何作業本和試卷，從中感受到澳門學生的幾何學習問題較多：一是幾何概念模糊不清，概念、公理、定理記不住、不會用；二是對幾何語言的簡明性、抽象性認識不足，割裂文字語言、符號語言與圖形語言間的有機聯繫，導致理解上的困難；三是學生畫圖和識圖能力較差，在畫圖上多數學生沒有養成使用鉛筆畫圖的習慣，在識圖上學生對平移、旋轉、翻折，圖形間的聯繫，複雜圖形的分解與組合等茫然無知；四是幾何推理混亂，說理不清，簡單問題複雜化，書寫冗長。

為此，兩年來，在駐校交流中，常與教師探討幾何教學問題及其解決方法。如何加強幾何教學，從哪幾方面入手，更能取得理想的教學效果，根據駐校交流的經驗和澳門學生的實際情況，筆者從以下幾方面談談幾何教學的應對方法。

一、加強學生幾何學習興趣的培養

澳門學生身處的環境不同，學習動力不如內地，有些學生對幾何的學習興趣不高。我們知道，興趣是最好的老師。興趣往往是推動人們去探求知識、理解事物的積極力量。幾何中蘊含著激發興趣啟迪思維的極有利因素，但不當的教學方法又往往使初學幾何的學生望而生畏，一開始就失去學習信心，缺乏學習動力。因此，在幾何學習興趣的培養中，要注意以下幾點：

(一) 抓好導言課教學

高度重視平面幾何導言課的教學，精心設計並以極大的熱情講好導言課，使學生產生一種要學好平幾的良好願望，這對培養學生學習興趣起奠基作用。

(二) 挖掘生活中的幾何知識

要善於挖掘教材中具有實際背景的幾何知識，聯繫學生感興趣的生活原

型，如：“在牆上固定一根木條至少要幾顆釘子？”，“為什麼在損壞的門上斜釘上一根木條就會使門變得牢固？”，“你能站在平地上測量出教學大樓的高度嗎？”等等，使抽象的幾何知識變得直觀具體形象，從而激發學生的求知欲。

(三)介紹數學家的成就

配合教學內容介紹中外數學家在幾何方面的成就，使他們把幾何學習與崇高的理想結合起來，以此激勵學生學習興趣，使興趣化為主動學習的內驅力。

(四)多讓學生在幾何學習中體驗成功

要注意創造條件，啟發學生、指導學生親自嘗試，讓學生充分參與知識獲取的全過程，展現自己的聰明才智，體現成功的喜悅，從而樹立起學好幾何的自信心。

(五)重視分層次教學

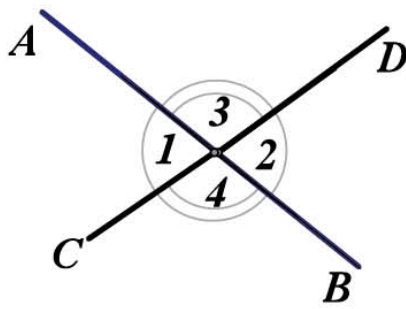
注意幾何問題的層次性，由簡單到複雜提出問題。推理教學更要分層次進行，由開始的一步推理到多步綜合推理，紮實推進。所選問題包含課堂提問例題練習等，以激發學生學習興趣為主，逐步消除學生學習幾何的恐懼、畏難心理。

二、加強幾何概念的教學

從觀課中發現，教師抽問學生幾何概念時，有些學生不能準確回答，學了沒有印象，回家沒有記憶，教師更沒有提出記憶要求。而幾何概念的學習關係到幾何學習的好壞，也關係到幾何學習的興趣。有了清晰的概念，才能正確迅速地進行嚴密的推理、計算、判斷，幾何概念總是和某種圖形有機聯繫，這是平面幾何的本質特徵。因此，概念教學要注意以下幾點：

(一)突出和強化直觀教學

一是利用幾何圖形的直觀性幫助學生理解幾何圖形的概念。要結合教學內容和習題，盡可能引入各種圖形實例，展示各種直觀教具，讓學生充分觀察、認識、判斷，以建立牢固的圖形概念。二是利用幾何圖形的直觀性幫助學生進行直觀思維活動，培養直觀思維能力，引發出解決問題的辦法。如東南學校陳老師在講述“對頂角”、“鄰補角”概念時，先向學生展示兩直線相交的教具模型，然後師生共同畫出圖形，再引導學生回答以下幾個問題：



- 兩直線相交構成幾個角？
- $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 的位置有什麼特點？圖中有這種特點的角還有幾對？
- $\angle 1$ 與 $\angle 3$ 之間有什麼關係？圖中有這種關係的角還有幾對？
- 用量角器量 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 的度數看有什麼關係？

在學生邊實踐邊回答的過程中引出了對頂角、鄰補角的概念，得出了“對頂角相等”的結論，在此基礎上再引導學生從理論上加以證明。這樣教學，學生瞭解了對頂角的形成特點，也就牢固地掌握了這一概念。

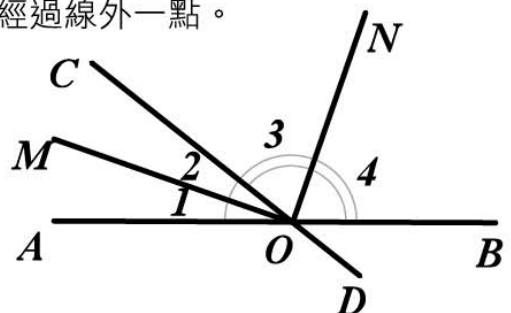
(二) 把握概念中的關鍵語言，揭示概念的實質

初中幾何概念較多，澳門教師多數不太重視概念教學，講解時一帶而過，較少強調概念中的關鍵語言。因此，在幾何教學中，要著重講清概念的本質，要幫助學生找出他們容易忽視的條件，以加深印象。如“從直線外一點到這條直線的垂線段的長度叫做點到直線的距離”。這個距離概念就要抓住“垂線段”與“長度”這兩個關鍵字及其含義，首先讓學生理解什麼是垂線段，進而讓學生掌握距離不是垂線段本身，而是它的長度。

(三) 注意概念間的區別和聯繫

幾何教學中，要強調眾多概念之間的有機聯繫，又要注意這些概念之間的區別，把這些區別搞清楚，有助於學生更好地理解這些概念。例如：“過一點有且有一條直線與已知直線垂直”與“經過直線外一點，有且有一條直線與這條直線平行”中的垂線與平行線，兩概念的聯繫是它們都是直線，其區別是：一為垂線，一為平行線，且作已知直線的垂線的條件是可經過線上或線外的任意一點，而作已知直線的平行線則必須經過線外一點。

(四) 在應用中深化概念



祇有不斷地應用概念，才能加深對概念的理解。例如為鞏固餘角與補角的概念，可通過以下一類習題。如圖，直線 AB 、 CD 相交於 O ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ 。(1)指出 $\angle 2$ 的餘角、補角；(2)指出 $\angle 4$ 的餘角、補角；(3)用量角器分別量出 $\angle AOC$ 、 $\angle BOD$ 的度數，它們相等嗎？你能得出什麼結論？

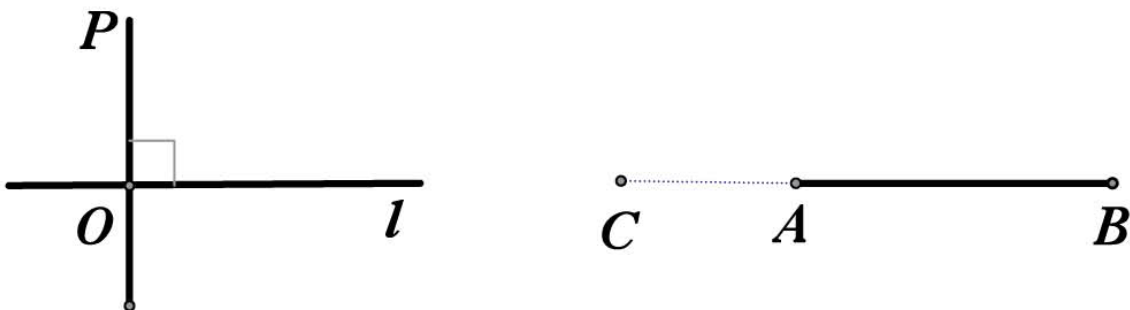
三、加強幾何語言的教學

任何一門學科都有自己特有的語言，要學好平面幾何，首先就要過好“語言關”。平面幾何語言有三種表達形式：文字語言、圖形語言和符號語言。由於三種語言的特點不同，在幾何教學中各自發揮的作用也不同。圖形語言形象、直觀，能幫助學生認識問題和理解問題；文字語言抽象、概括，對圖形本身及圖形中所蘊含的結論能精確地予以描述、解釋，對幾何的定義、公理、定理、命題等內容能精確地予以表達，能幫助學生記憶；符號語言則是對文字語言的簡化和再次抽象，具有更強的抽象性，能幫助學生更好的應用。在三種語言中，符號語言是幾何初學者最難掌握的一種，也是邏輯推理必備的能力基礎。證題時經常要把文字語言轉化成符號語言，而它們之間的轉化主要是通過圖形來實現的。為此，在幾何語言教學中要注意以下幾點：

(一)注意教學語言的準確性

例如，“先畫直線 L ，後在其上取 P 點”時的述應為：“點 P 在直線 L 上”。“先畫 P 點，後過 P 點作直線 L ”時的述應為：“過 P 點作直線 L ”。儘管它們的圖形是一樣的，但教學語言卻不可含混馬虎。

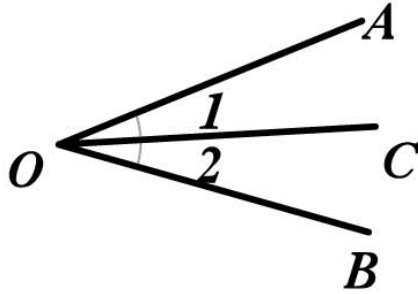
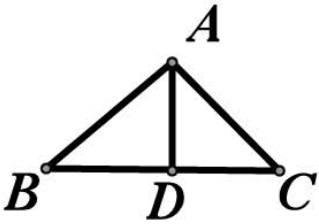
(二)培養學生的幾何語言表達能力



課堂上經常讓學生根據教師畫圖過程複述其幾何語言的表達與作圖的實質。上左圖所表示的幾何事實是：過 P 點作直線 L 的垂線，垂足為 O ；上右圖所表示的幾何事實是：延長線段 BA 到 C 。

(三)培養學生語言“互譯”能力

課堂上要經常進行“讀句畫圖”，“看圖說話”的訓練。例如下表中的並列表達：

文字語言	圖形語言	
概念：OC是 $\angle AOB$ 的平分線		\because OC 平分 $\angle AOB$ $\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} \angle AOB$ 或 $\angle AOB = 2\angle 1 = 2\angle 2$
定理： 等腰三角形三線合一性等腰三角形頂角的平分線、底邊上的中線、底邊上的高互相重合。		$\because AB=AC, \angle BAD=\angle CAD$ $\therefore AD \perp BC$ 且 $BD=CD$ ($\angle BAD=\angle CAD$ 與 $AD \perp BC$ 或 $BD=CD$ 可以互換)

(四)及時糾正學生幾何語言中的錯誤

隨著學習中幾何語言的大量引進和使用，學生會因理解不深而出現諸多的錯誤。例如：“畫直線L的垂線平分線”、“連接A、B兩點，使它與已知直線CD平行”等等表達錯誤，教學中都應及時給予指出與糾正。

四、加強幾何圖形的教學

(一)養成良好的畫圖習慣

平面幾何的研究對象是平面圖形，因此講概念、定理時要充分發揮“圖形”的作用。圖形教學包括識圖和作圖，但以識圖為主，作圖是識圖的組成部分。要著重抓好基本作圖學習，要培養學生養成良好的畫圖習慣，如用鉛筆畫圖、圖形放在作業本的左邊等。

(二)充分認識圖形的直觀性作用

幾何圖形是研究幾何命題或其他數學問題的直觀工具，它可起到降低學生思維難度的作用。因此，在幾何教學中，要充分利用圖形的直觀性來幫助學生克服抽象思維上的困難。例如：已知線段 $AB=3\text{cm}$ ，延長 AB 至 C 使 $BC=2AB$ ，延長 CA 至 D 使 $DA=0.5AC$ ，求 CD 的長。解決這一問題的有效方法就是畫出圖形與數形結合。

(三)加強圖形分析，以及圖形的分解與組合的識別

圖形分析，更要提高對複雜圖形的識別能力，善於對圖形進行適當的組合與分解，這裡抓住圖形中某些特殊線段、角或三角形，進行有條理的分析極為重要。

例如已知平行四邊形 $ABCD$ ， P 為 BC 上一點， Q 為 CD 上一點，且 $PQ \parallel BD$ ，連 PA 、 PD 、 QA 、 QB ，求證存在三個與 $\triangle PAB$ 等積的三角形。

這裡，若從 $\triangle PAB$ 所處特殊地位出發，以 PB 為底，高等於 AD 與 BC 間的距離，可找出 $\triangle PDB$ 與之等積；再從 $\triangle PDB$ 特殊地位出發，可找出 $\triangle QDB$ 與之等積；最後從 $\triangle QDB$ 出發，可找出 $\triangle QAD$ 與之等積。幾何證明或計算的正確與否，是以正確的識圖為先導的，識圖的好壞，將會影響整個幾何的學習。

五、加強推理論證的教學

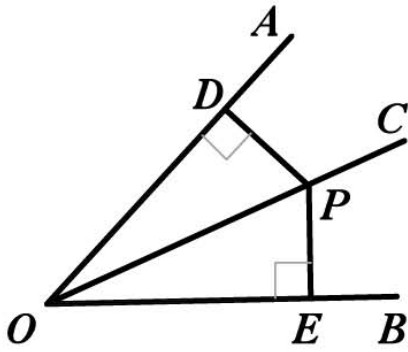
推理論證是培養學生邏輯思維能力的必要手段，也是平面幾何入門教學的一個難點。教學中不能操之過急，應紮紮實實小步前進。培養學生推理能力，應從簡單的題目開始，通過例題、定理的證明，逐步讓學生掌握推證方法，複雜的證明實際上是由若干個簡單證明題組合而成的，所以一開始不要忽視對簡單證明的訓練。

在教學中要讓學生知道平面幾何習題一般分三類：證明題、計算題(與論證相結合)、作圖題，而證明最為重要。由於澳門學生對證明的必要性認識不足，對證明格式、對論證中嚴格的邏輯性很不習慣，往往拿到一個幾何證明題不知從何下手。所以，一開始做證明題要從簡單問題入手，重視規範化訓練，使證明過程條理化。因此，推理論證教學要注意以下幾點：

(一)注意入門階段的符號推理

目前，初中階段對於推理能力的培養要求是循序漸進的，一開始要加強口頭推理到符號推理的訓練。

點到角的兩邊距離相等。由於角的平分線性質沒有寫成命題的一般形式，所以學生在將其符號化時，往往會出現表示“距離”的條件被學生忽視的現象，這時教師應及時引導，啟發學生分析角平分線性質的內容，將比較隱蔽的條件“距離”顯性化，所以將角的平分線的性質符號化時條件不是一個而是三個，其表達形式應為(如圖)：



\because 點 P 是 $\angle AOB$ 的角平分線 OC 上一點， $PD \perp OA$ 於 D ， $PE \perp OB$ 於 E ，

$\therefore PD = PE$ 。

這種文字語言符號化的意識應貫穿幾何教學的始終，文字語言符號化的訓練在澳門課堂急需加強，祇有這樣才能為論證幾何的學習建立良好的基礎。

(二) 注意幾何題目的分析過程和一題多解

在觀課中發現，個別教師不太重視幾何題目的分析和一題多解，學生主要是學習，而教師則要分析解題思路和教給學生方法，這對教師專業能力的要求較高。要達到幾何題的推理論證準確無誤，關鍵在於對題目的分析理解，拿到一道題，不是盲目地解答或證明，關鍵的是弄清題意。在幾何教學中，要注重帶領同學邊讀、邊看、邊理解，即讀題時，對照圖形，理解與已知條件相關聯的結論，分析解答中或論證結論中必備的條件，而不是出一道題，馬上帶領同學解答，可採取個人思考、小組討論的方法，讓學生自己探索證明過程。在選題時，要儘量選取能採用一題多解的幾何題。如求證：等腰三角形底邊上的中點到兩腰的距離相等。同學分析討論出二種證法：(1) 利用證三角形全等；(2) 利用角平分線性質；最後還可引導學生用三角形面積相等證明。這樣不僅調動學生學習的積極性，還培養了學生分析問題和解決問題的能力，而且使學生的邏輯思維能力不斷的拓寬和昇華。

(三) 注意複雜圖形基本化

所謂複雜圖形基本化就是將複雜的幾何圖形轉化為一些基本圖形。幾何教學離不開幾何圖形，幾何問題中所涉及的幾何圖形有基本圖形和複雜圖形，而這些複雜圖形又都是由一些基本圖形複合而成。不管遇到什麼樣複雜的幾何問題，要能夠善於發現基本圖形，並熟練掌握這些基本圖形的構成、形式及其性質，這樣就能使模糊問題清晰化、複雜問題簡單化。幾何中每個定義、定理、公理都對應著一個基本圖形，除了掌握這些最基本的圖形外，還要掌握定義、定理、公理之外的常用圖形，如基本圖形 a 、基本圖形 b 、基本圖形 c 、基本圖形 d 。圖1包含了基本圖形 c 、 d ，圖2包含了基本圖形 a 、 b 、 c 、 d 。

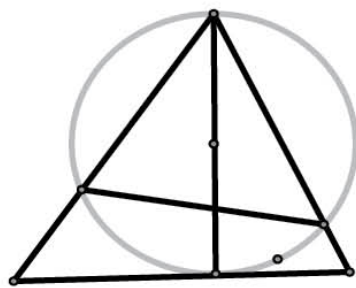
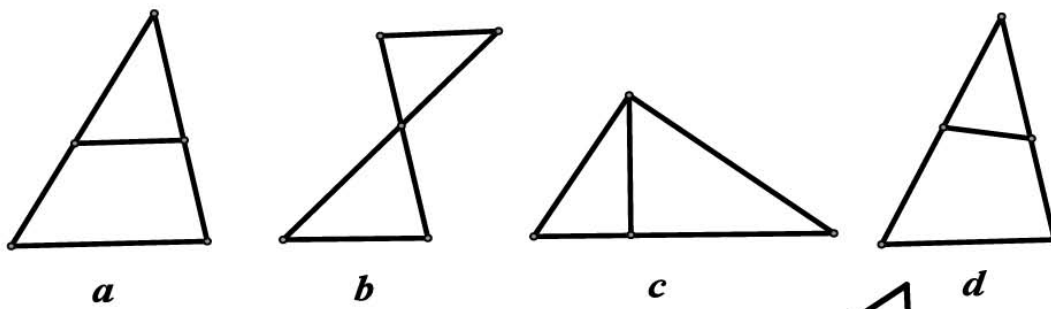


圖1

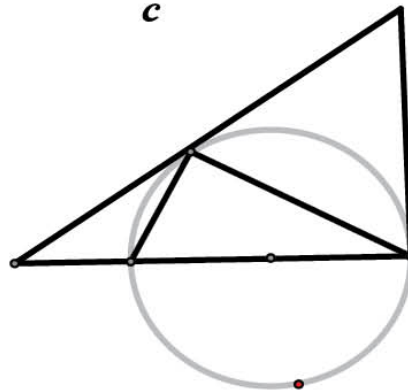


圖2

還有很多基本圖形，利用這些基本圖形及其性質能比較有效地解決一些複雜問題，採用複雜圖形基本化的思維方法，一般都會取得事半功倍的效果。

總之，要使澳門學生學好幾何，教師要大力加強幾何教學，努力提高專業能力，研究幾何教學方法，立足課堂教學，從基礎抓起，切實解決學生學習中存在的幾何問題，從而使澳門幾何教學質量上升一個台階。