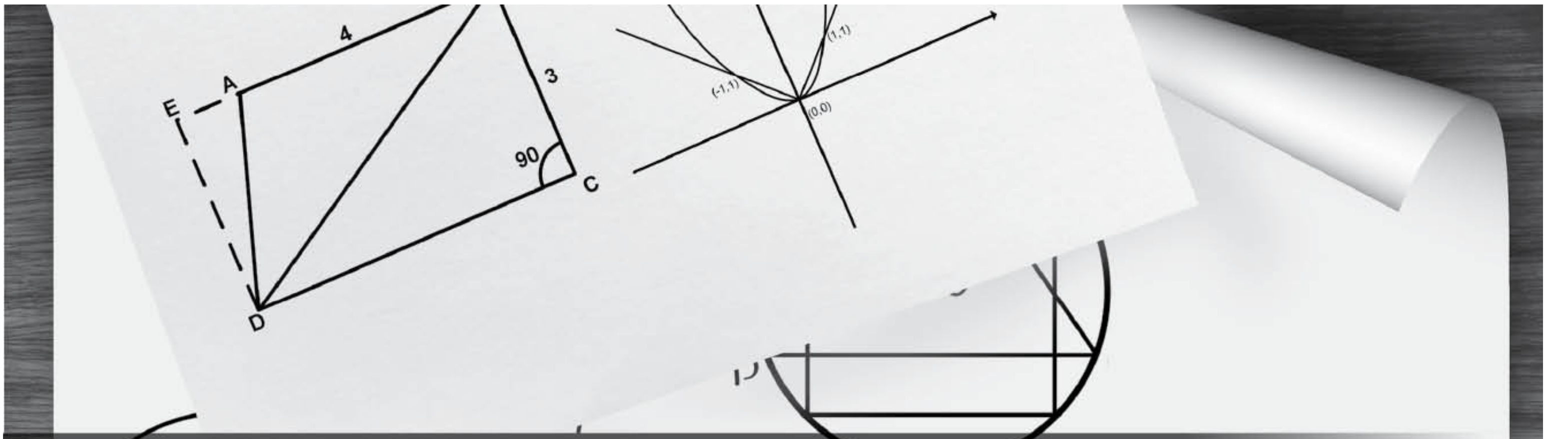

如何在內地新課標理念下用問題引導學生學習

魏澤夫

教育部《普通高中課程標準》提出："在教學中，教師應鼓勵學生積極參與教學活動，包括思維的參與和行為的參與。課堂上，既要有教師的講授和指導，也要有學生的自主探索與合作交流。教師要創設適當的問題情境，鼓勵學生發現數學的規律和問題解決的途徑，使他們經歷知識形成的過程。"《初中數學課程標準》提出："數學教學活動必須建立在學生的認知發展水平和已有的知識經驗基礎之上。教師應激發學生的學習積極性，向學生提供充分從事數學活動的機會，幫助他們在學習過程中真正理解和掌握基本的數學知識與技能、數學思想和方法，獲得廣泛的數學活動經驗。學生是數學學習的主人，教師是數學學習的組織者、引導者與合作者。"由此可見，新課標的核心理念是改變以單純講授為主的教學方式，提倡在教學中融入問題解決的成分，激發學生的學習興趣。這對我們的教學提出了新的要求，本文談一下如何在新課標理念下用問題引導學生學習。

一、為什麼要用問題引導學生學習？

回顧數學的發展歷程，是人們不斷提出問題、解決問題推動了數學的發展。"問題是數學的心臟"已經成為人們的共識。新課標提倡在教學中融入問題解決的成分，用問題引導學生學習，是因為通過問題引導，可以有助於學生形成良好的數學素質，感受提出問題、解決問題的全過程，改變過去被動接受的學習方式；同時促使教師改變單純講授的教學方式，著眼於培養學生解題能力、自控能力、語言表達能力和應用數學知識能力，實現教學的有效性。

二、怎樣用問題解決的方式引導學生學習

在學校教育中，我們不可能讓學生用大量的時間去獨立體驗知識的探索過程，祇能在教師的引導下，在有限的時間內學習知識，正是注意到這一點，新課

標提倡在教學中融入問題解決的成分，就是為了幫助學生在教師的引導下迅速深刻的理解知識。同時新課標也指出了可以通過問題情境來達到這一目的。問題情境，是指在教學過程中，教師根據教學目標和教學內容，運用一定的教學手段巧妙提出問題，創造出使師生情感融洽、探索精神達到統一和諧的情緒氛圍，它對教學起著重要的促進作用。教師在情境創設中，要通過局部或全部再現問題解決的過程，揭示在學習過程中的思維活動，幫助學生主動獲取知識，培養和發展學生的數學思維能力。一般說來，創設問題情境有如下幾種方法：

(一)利用數學史實、典故創設問題情境

教學的藝術性在於通過問題情境的創設，激勵和鼓舞學生，使之產生求知的慾望，教師可以結合學習內容，通過數學史實、典故引入新知識。例如在學習等差數列的前 項和公式時，教師為了引導學生從特例發現一般結論，可以用數學家高斯如何巧解$1+2+3+\cdots++98+99+100$的故事引入新課，教師指出；由於這100個數從小到大恰好構成一個特殊的等差數列，所以猜測一般的等差數列一定存在前 項和公式，並且很可能僅與首項和末項有關，新課由此展開。再比如在《指數函數及其性質》一課，教師可首先提出《孫子算經》中的一個趣味問題：今有出門望見九堤，堤有九木，木有九枝，枝有九禽，禽有九巢，巢有九雛，雛有九毛，毛有九色，問：各幾何？教師讓學生計算一下，並將這些數排列起來，得到：9，9^2，9^3，9^4，9^5，9^6，9^7，9^8。然後教師提出：從函數角度來看，對應一個函數：$y=9^x, x\in N,$且$0<x<9$。如果將這個問題一般化，$y=9^x$是否構成函數呢？通過這樣一個數學趣味問題，提煉函數模型，使學生感受到形如$y=a^x$的函數，由此建立了指數函數的概念。

通過採取這樣的方式創設問題情境，不僅可以使學生瞭解著名數學家的生平軼事，以及他們對數學發展所做出的卓越貢獻，而且可以使學生體會到數學來源於生活，感受到數學的魅力，從而更加喜愛數學，樂於研究數學問題。

(二)用猜想和驗證來創設問題情境

心理學的研究表明：學生的思維活動往往是從遇到新的問題開始，並且在解決問題中得到進一步的發展。因此教師應該使學習過程成為不斷提出問題、解決問題的過程，主動提供探索和發現問題的條件，使學生的思維在問題解決的過程中得到發展。例如在《複數的三角形式的除法》一課，教師可提出：如何計算$4(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3})+2(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$的值呢？在學生利用複數的乘法法

則計算出結果之後，引導學生分析計算結果，使學生發現：計算的結果2i可以改寫成$2(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2})$的形式，而$\frac{\pi}{2}=\frac{4\pi}{3}-\frac{5\pi}{6}$，即所得複數的輻角恰為題設二複數的輻角之差，教師指出：這是偶然巧合還是必然的結果呢？這個特例啟示我們應該怎樣進行複數三角形式的除法呢？學生對此問題產生了極大的興趣，很快猜測對於任意複數$z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$，$r_1\geq 0$，$z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$，$r_2>0$，則必有$z_1\div z_2=\frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2)]$，新課由此展開。

(三)用新舊知識之間的聯繫來創設問題情境

知識的發展具有一定的連續性，新知識的產生往往是在已有知識的基礎上建立起來，因此，教師應該在已有知識的前提下，通過問題情境的創設，讓學生展開思維想像，引導學生思考、判斷，從中得出新的結論或發現新的規律。這樣做既符合學生的認知規律，更有利於培養學生的思維能力。觀課發現，有的教師還缺乏創設問題情境的主動性，例如在《同角三角函數的基本關係》一課，有的教師首先複習三角函數的定義，然後推導同角三角函數的基本關係式，並通過例題説明如何應用公式解題，接著組織學生作練習題，講評練習，總結解題方法，佈置作業。

分析這種教學方式，儘管在教師的引導下，學生通過學習，也許能夠達到正確運用公式解題，但是沒有經歷探索新知識的過程，不清楚為什麼要研究同角三角函數的基本關係，所以這樣教學並不利於學生形成數學思維能力。如果教師能首先提出：如果$\sin\alpha=0.3$，如何計算$\cos\alpha$的值呢？這就十分接近學生的實際了，有的學生可能會説：衹要用計算機求出角α，就可以求出$\cos\alpha$的值。教師可接著指出：此題要求計算$\cos\alpha$的準確值，而用計算機得到的值衹是角α的近似值，所以用計算機不能滿足要求，因此有必要探索$\sin\alpha$與$\cos\alpha$之間的關係，由於這是兩個同角的三角函數，因此它們之間的關係一定隱含在定義當中，所以我們來回顧定義……，新課由此展開。這樣處理新舊知識之間的關係，用問題引導學生學習，就容易激發學生的學習興趣。

(四)在解題分析中創設問題情境

解題分析是指解題思路的探索、優化過程，它是解題的一個重要環節，例如：已知：$\tan\alpha=3$，求$\sin\alpha\cos\alpha$的值，解這道題的思路如下：1. 分別求出$\sin\alpha$和$\cos\alpha$；2. 整體求出$\sin\alpha\cos\alpha$；3. 整體帶入$\tan\alpha$，由此得到以下解法：

解法1. $\because \tan\alpha = 3 > 0$，$\therefore \alpha$ 角在第一或第三象限，

(1)當 α 在一象限時，由 $\tan\alpha = 3$ 得 $\sin\alpha = 3\cos\alpha$，故 $\sin^2\alpha = 9\left(1-\sin^2\alpha\right)$，

$\therefore \sin\alpha = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$，$\therefore \cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$，$\therefore \sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{3}{10}$；

(2)當 α 在三象限時，$\sin\alpha = -\dfrac{3}{\sqrt{10}}$，$\cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{10}}$，$\therefore \sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{3}{10}$。

綜上，$\sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{3}{10}$。

解法2. $\because \tan\alpha = 3 > 0$，$\therefore \alpha$ 角在第一或第三象限，$\therefore \sin\alpha$ 與 $\cos\alpha$ 同號。

由 $\tan\alpha = 3$ 可得 $1-\cos^2\alpha = \sin^2\alpha = 9\cos^2\alpha$，$\therefore \cos^2\alpha = \dfrac{1}{10}$，

$\therefore \sin\alpha\cos\alpha = \left(\tan\alpha\cos\alpha\right)\cos\alpha = 3\cos^2\alpha = 3\cdot \dfrac{1}{10} = \dfrac{3}{10}$。

解法3. 原式 $= \dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha} = \dfrac{\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha} = \dfrac{3}{10}$。

對比這三種解法可知，解法3是最簡捷的方法。

觀課發現，有的教師雖然注意瞭解題分析，但是在解題分析中不夠細緻嚴謹，例如在《同角三角函數的基本關係》一課，教師在對例題：化簡(1) $\dfrac{1+\tan\theta}{1+\cot\theta}$；(2) $\sqrt{1-2\sin40^\circ\cos40^\circ}$。所作的解題分析中指出：第(2)題可以利用平方關係式，得到：

原式 $= \sqrt{\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ - 2\sin40^\circ\cos40^\circ} = \sqrt{\left(\sin40^\circ - \cos40^\circ\right)^2} = \left|\sin40^\circ - \cos40^\circ\right|$

接著遇到了如何去掉絕對值符號的問題，教師給出的方法是：由於

$\sin0^\circ \quad 0$，$\cos0^\circ \quad 1$，$\sin30^\circ \quad \dfrac{1}{2}$，$\cos30^\circ \quad \dfrac{/3}{2}\ \sin45^\circ \quad \dfrac{/2}{2} \quad \cos45^\circ$，所以

$\sin40^\circ \quad \cos40^\circ$

教師給出的這種方法是不嚴謹的，衹能算作是一個猜測。教師如果提出：如何比較同角的正弦和餘弦之間的大小呢？並引導學生聯想學過的三角函數線，就容易得到：在區間 $\left(0^\circ, 45^\circ\right)$ 上，恒有 $\sin40^\circ < \cos40^\circ$，故原式 $=$ $\cos40^\circ - \sin40^\circ$，另外，此題也可以將 $\cos40^\circ$ 化為 $\sin50^\circ$，然後利用正弦線的

性質得$\sin 40^o < \sin 50^o = \cos 40^o$，從而去掉絕對值的符號。當然，隨著學習的進一步深入，此題還有另外的解法。

(五)聯繫生活實際創設問題情境

數學源於生活，同時又能夠幫助我們解決生活中的問題。如果教師能主動利用生活中的實例設置問題情境，引導學生思考其中蘊含的數學問題，建立數學模型，就容易產生理想的效果。例如濠江中學陳翠蓉老師在《遞推數列的通項公式的應用》一課，利用兒童玩具做為教具，引導學生動手操作，體驗怎樣才能使一根寶石針上的若干金葉按照指定的要求(小片在上、大片在下)移動到另一根寶石針上。通過操作，教師引導學生歸納並猜測：若設金葉片數為n，操作次數為a_n，則數列$\{a_n\}$構成一階線性遞推數列。從而發現了數學模型；粵華中學方杏華老師在《有理數的乘方》一課，精心設計了利用折疊報紙的方法，使學生發現當折疊n次之後，報紙的層數構成2^n的形式，由此引入乘方的概念；東南學校的陳麗娟老師在《弧長公式與扇形面積公式》一課，通過引導學生研究製作彎形管道當中的中心線長度問題，激發學生的學習興趣，由此引入對弧長公式的研究。

(六)運用多媒體創設問題情境

用多媒體輔助教學是指運用電腦對文字、圖像、聲音、動畫、色彩進行處理，通過生動逼真的影像來加強教學效果，其靈活、便捷、生動形象的表現力能充分調動學生參與活動，激發學生的學習興趣，幫助學生理解、記憶，促進學生有效地學習。濠江中學曾萬春老師在講授《球的性質》一課，精心製作了課件，生動演示了球的截面以及地球上一點的經度與緯度分別與二面角、線面角之間的關係；還有很多教師在教學中，都能結合教學內容，精心製作課件，幫助學生正確理解概念，體會解法。

綜上，通過問題情境的創設來引導學生學習，能夠激發學生的學習興趣。創設情境雖不是目的，但沒有情境的創設，就很難激活學生的思維。因此，教師必須結合教學內容，通過問題情境的創設來引導學生學習。

三、在問題情境的創設中要注意的幾個問題

(一)要認真研讀課本，準確使用公式

有的教師在《弧度制的應用》一課，提出了從初中弧長公式入手的思路，推導過程：設圓O半徑為R，圓心角弧度數為α，它所對的弧長為L，令$\alpha = n^o$ 則

$$L=\frac{n\pi\cdot R}{180}=\frac{n(\pi\cdot R)}{\pi}=nR=\alpha R$$ 。

這個推導是不對的。教師在上述推導過程當中用了錯誤的式子$180=\pi$及$n=\alpha$進行代換。正確的推導過程應該是：

$L=\frac{n\pi\cdot R}{180}=\frac{n^{o}\pi\cdot R}{180^{o}}=\frac{n^{o}(\pi\cdot R)}{\pi\text{弧度}}=\frac{\alpha\text{弧度}\cdot(\pi\cdot R)}{\pi\text{弧度}}=\alpha R$ 。分析產生錯誤的原因，教師是將互化關係式$180^{o}=\pi$(弧度)記成$180=\pi$，以及誤認為$n=\alpha$，這一教學偏差直接誤導了學生，致使學生在板演練習題時也多次使用$180=\pi$進行代換。如果教師在備課時研讀一下課本就會知道，課本中已經給出了推導弧長公式的簡捷方法，因此在教學時，教師應該首先引導學生回顧1弧度角的概念，提出如何用弧度制推導弧長公式，得到：因為1弧度的圓心角所對的弧的長度是其所在圓的半徑R，因此當圓心角為α弧度時，其所對的弧的長度為αR。然後提出：這個公式還可以怎樣推導呢？並引導學生回顧初中學過的弧長公式，從而得到新的方法。對比可知，課本中給出的方法是最簡捷的。由此可見，問題情境的設計，必須要密切結合課本，準確使用概念。

(二)要嚴謹、完整的定義概念

在初中《相反數》一課，有的教師通過舉例引導學生發現存在這樣的數對：在數軸上表示這兩個數的點，恰好分別位於原點的兩旁，並且到原點的距離相等。在此基礎上，教師給出了定義：祇有符號不同的兩個數叫做互為相反的數。接著提出問題：0的相反數是什麼？學生遲疑了一下，接著回答：0的相反數還是0。

學生為什麼會有些遲疑呢？這是因為0是沒有符號的，所以無法由定義推出0的相反數，但是學生又覺得0的相反數應該是0。實際上，教師對相反數給出的定義是不完整的，課本中已經明確給出了相反數的定義：祇有符號不同的兩個數叫做互為相反的數，其中一個數是另一個數的相反數；0的相反數是0。這個定義分為兩個部分，一是對存在符號的數定義了相反數；二是對不存在符號的數(即0)定義了相反數。二者不能相互替代，缺一不可。

(三)要正確、規範的編擬和解答練習題

有的教師在《集合》複習課中提出了這樣一組練習題：用描述法表示下列集合：(1)$\{1,4,9,16,\cdots\}$；(2)全體偶數集；(3)$\{$在第一象限內所有角的度數集$\}$。教師給出的解答是：(1)$\left\{x\mid x=n^{2},n\in N_{+}\right\}$

(2)$\{x \mid x = 2n, n \in Z, n \neq 0\}$；(3)$\{x \mid 0^{o} < x < 90^{o}\}$。

以上編擬的習題是不規範的，給出的解答也不正確。其中第(1)題沒有唯一答案，因為這一列數的變化規律也可以是：$n^2 + (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$；第(2)題應改為偶數集或者{偶數}，答案應為$\{x \mid x = 2n, n \in Z\}$；第(3)題應改為{第一象限內角的度數} 或者改為：第一象限內角的度數集合。

出現上述偏差的主要原因是教師在編擬習題和解答習題時沒有仔細的推敲分析，嚴格遵守課本中的要求，對概念的理解欠準確。

(四)要突出思想方法和主幹知識

現在很多學校已經使用新課標教材，為了用好新教材，我們在備課時必須認真研究教材中的知識結構，領會編寫者的意圖，突出思想方法和主幹知識。例如對高中任意角的三角函數的概念，課本中採取了利用單位圓定義的方法，採用這種新定義是為了更加簡明的進行研究，比如在同角三角函數的基本關係時，課本中給出了：設任意角α 的終邊與單位圓交於$P(x, y)$，利用定義可得：$\sin\alpha = y$，$\cos\alpha = x$，$\tan\alpha = \dfrac{y}{x}$。由此學生極易發現$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，以及$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ 。，將它們作為主幹公式是由於利用這兩個公式可以推出：$1 + \tan^2\alpha = \sec^2\alpha$ ，及$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha$ ，$\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$。另外，在實際解題時，運用切割化弦的方法，總可以將問題最終轉化為與主幹公式有關。

(五)要把握好提出問題的難易程度

在問題情境的設計中，教師如果能把握好提出問題的難易程度，根據學生的實際情況提出相應的問題，就會激發學生的學習興趣。反之則影響課堂教學的氣氛，達不到回顧知識的目的。觀課發現，在《函數的定義域》一課，有的教師先提問一名學生要他回答函數的概念，學生答不出來，教師又提問另一名學生：要他回答什麼是函數的三要素？這名學生也答不出來，提問就此結束。接下來教師開始分析函數的概念，指出什麼是函數的三要素以及定義域在函數三要素中的重要性，提出本課要研究如何求函數的定義域問題。

我們分析一下為什麼學生難以回答教師提出的問題，教師提出的第一個問題相當於讓學生複述函數的概念，而高中學習的函數概念是用集合與對應來定義的，初學者很難完整複述。教師如果注意到學生回答有困難，就應立刻將問題具體化，比如讓學生舉出一個具體的函數來說明函數的概念；如果學生還回答不出來，教師可再將問題的難度降低，例如可提出：你能說一下什麼是一次

函數嗎？或者提出：函數$y=2x+1$ 是一次函數嗎？

我們再來分析教師提出的第二個問題(什麼是函數的三要素)，這個問題本來不難回答，但是對於學習基礎薄弱的學生來說，還是有難度的，教師如果發現學生回答不出來時，就應該及時換一個問題，比如可以換這樣的一個問題：我們知道，確定一個函數需要三個要素，即：定義域、對應法則和值域，你認為在這三個要素中哪一個是比較重要的？如果學生還是回答不出來，教師可以舉出一個具體的函數，讓學生指出這個函數的定義域、對應法則和值域。總之，教師在提問題時，應該根據學生的個體差異，及時降低提問的難度，不要輕易放棄已經被提問的學生，通過降低問題的難度，讓學生能夠回答出來某一個問題，這既是學生與教師的思維交流，同時也體現教師對學生的尊重和愛護，使課堂學習的環境更加寬鬆和諧。

(六)要強調通性通法，淡化特殊技巧

解題教學是一種重要的教學形式，通過探尋解題思路，優化解題過程，提煉解題規律，提高學生分析問題和解決問題的能力。但是必須要注意提倡通性通法，淡化特殊技巧。觀課發現，教師在《同角三角函數的基本關係》一課，提出例題，求證：$\dfrac{1+\sec\alpha+\tan\alpha}{1+\sec\alpha-\tan\alpha}=\dfrac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$ 。教師給出了證明：

$$\because 左=\frac{\left(\sec^2\alpha-\tan^2\alpha\right)+\sec\alpha+\tan\alpha}{1+\sec\alpha-\tan\alpha}=\frac{(\sec\alpha+\tan\alpha)(\sec\alpha-\tan\alpha+1)}{1+\sec\alpha-\tan\alpha}$$

$$=\sec\alpha+\tan\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}= 右\ \therefore 原式成立。$$

以上的證明方法確實很巧妙，但這種證法並不是基本證法，因為在證明中所使用的公式 $\sec^2\alpha-\tan^2\alpha=1$ 不是主幹公式。所以在本題的教學中，教師不僅要引導學生明確證法的思路，同時還要探尋另外的證法，通過解法對比，明確基本證法。教師可以首先引導學生分析證法的思路是注意到要證的式子左右兩邊的差異，推測左邊的分母一定能通過對分子進行因式分解約掉，因此設法對左邊分子進行因式分解，聯想平方關係式，故採取用$\sec^2\alpha-\tan^2\alpha=1$進行代換。在明確了這種證法思路之後，教師可提出：(1)這一證法對我們有哪些啟示？(2)你能給出另外的證法嗎？(3)證明三角函數恒等式的基本證法是什麼？

教師可引導學生進行如下的分析：觀察要證明的恒等式，共出現了四個三角函數並且左邊的式子比較複雜，因此應該首先統一左右兩邊三角函數的名

稱，然後從左邊入手並採取切割化弦，得到：$=\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha+1}{\cos\alpha-\sin\alpha+1}$，此時再觀察左右兩邊的差異，可在左邊分母中構造右邊分式的局部並設法將左邊分母中的 $\cos\alpha-\sin\alpha+1$ 約掉，得到如下的證明：

證明：左 $=\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha+1}{\cos\alpha-\sin\alpha+1}=\dfrac{\cos\alpha(\cos\alpha+\sin\alpha+1)}{\cos\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha+1)}=\dfrac{\cos^2\alpha+\cos\alpha(\sin\alpha+1)}{\cos\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha+1)}$

$$=\frac{1-\sin^2\alpha+\cos\alpha(1+\sin\alpha)}{\cos\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha+1)}=\frac{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha+\cos\alpha)}{\cos\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha+1)}=\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

= 右原式成立。

換一個思路想一下：注意到當對左邊切割化弦之後，祇需證明：

$\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha+1}{\cos\alpha-\sin\alpha+1}=\dfrac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$，聯想課本中的重要例題：$\dfrac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha}$，

可得簡潔證明如下：

$\because (1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)=1-\sin^2\alpha=\cos^2\alpha$ ，$\therefore$ $\dfrac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha}$ ，

由等比定理得：$\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha+1}{\cos\alpha-\sin\alpha+1}=\dfrac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$，$\therefore$ $\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha+1}{\cos\alpha-\sin\alpha+1}=\dfrac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$

計算：$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{30}+\dfrac{1}{42}+\dfrac{1}{56}$。教師希望學生採取如下解法：

解：原式$=(1-\dfrac{1}{2})+(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3})+(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4})+(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5})+(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{6})+(\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{7})+(\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{8})$

$=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$ 。

這是一種巧妙的解法，但是對於有理數加減混合運算問題並不具有一般性。這種解法屬於高中數列求和方法中的裂項相消法，它僅對一類特殊的數列求和有效，而對於一般的求和問題，基本方法是分組求和，就本例來説，學生容易想到下面的解法：

解：原式$=(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{12})+(\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{30})+(\dfrac{1}{42}+\dfrac{1}{56})$

$=\dfrac{1}{2}\cdot(1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6})+\dfrac{1}{10}\cdot(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3})+\dfrac{1}{7}\cdot(\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{8})$

$=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{24}=\dfrac{1}{4}(3+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6})=\dfrac{7}{8}$ 。

教師應通過例題和練習題提煉解題規律，使學生明確：有理數加減混合運算問題的基本解法是分組求和法。例如計算：$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{2}{5}-\frac{5}{6}-\frac{3}{7}+\frac{1}{8}$。就有多種分組求和的方法，通過觀察，適當的進行分組，可以簡化計算。

(七)要重視並且正確解答課本中的習題

課本中的習題是課本知識的補充和延伸，認真演算習題，可以進一步理解概念、掌握解題規律，提高解題能力，因此教師應指導學生有計劃的演算習題。高中一年級課本中有這樣一道習題：已知函數$f(x)=4x^2-kx-8$在區間$[5,20]$上具有單調性，求實數 的取值範圍。教師給出了這樣一種解法：

$\because f(5)=4\cdot 5^2-k\cdot 5-8=92-5k$ $f(20)=4\cdot 20^2-k\cdot 20-8=1592-20k$，

$\therefore f(20)-f(5)=1500-15k$，

(1)若$f(x)$在$[5,20]$上是減函數，則$1500-15k\leq 0$，$\therefore k\geq 100$；

(2)若$f(x)$在$[5,20]$上是增函數，則$1500-15k\geq 0$，$\therefore k\leq 100$。

綜上，實數 的取值範圍是實數集R。

這一解答是不對的，教師使用了一個錯誤的命題：函數$f(x)$在某一區間上具有單調性⇔ $f(x)$在這一區間上的端點函數值不相等。實際上，在教師參考書中對此題已經給出了詳細的解答，衹要在備課時看一下就可以避免失誤。

四、用問題引導學習應該成為教學的基本原則

新課標提倡在教學中用問題引導學習，關注學生，因此它不僅是一種教學理念，同時也應該成為教學的基本原則，為此，提出以下三點建議與大家共勉：

(一)要熱愛教師工作

教師工作不僅是一種職業，同時也是一項功在當代、利在千秋的事業。很多優秀的教師，正是由於他們對數學的由衷熱愛、嚴謹治學和不懈的追求深深地感染了學生，才使學生對數學產生了濃厚的興趣，激勵他們不斷探索數學的奧秘。

(二)要潛心鑽研教材和教學方法

隨著知識的不斷更新，我們的知識儲備也要隨之更新，特別是對新課標、新課程的學習和研究，因此我們要儘快掌握新課程的知識體系，不斷學習新的

教學理念，潛心研究教學方法和教學規律，規範自己的教學行為，提高教學的有效性。

(三)要加強教學交流，實現資源共享

教學交流是提高教學水平的重要途徑，通過觀課以及課後的研討交流，可以使我們準確理解知識和靈活運用教學方法，要虛心求教，取長補短，不斷進行教學反思，及時積累經驗、總結教訓，必定會迅速提高自己的教學水平。