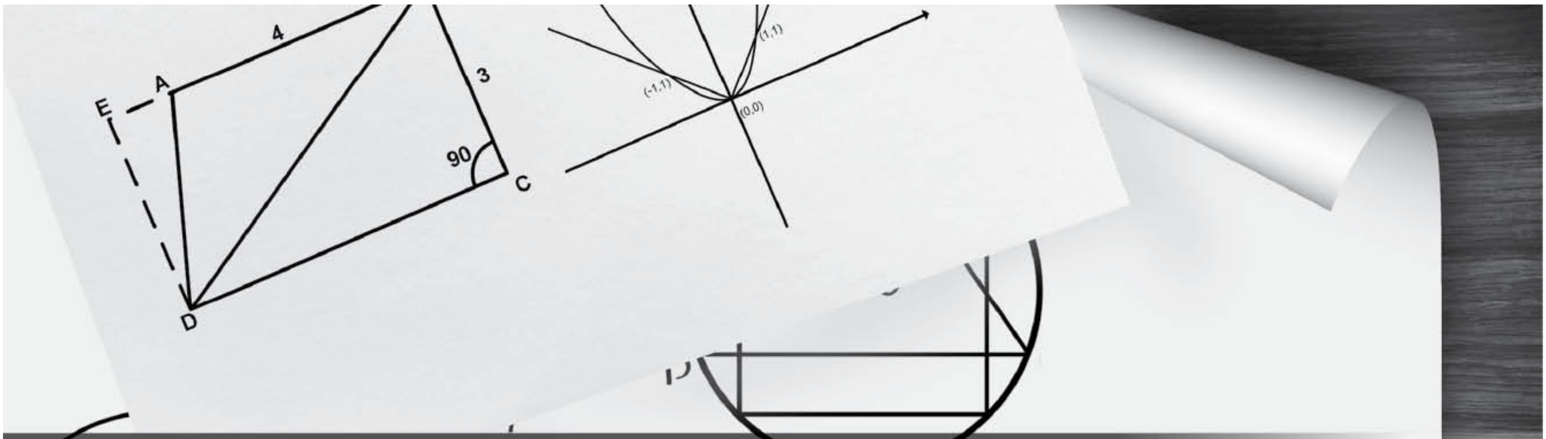


《弧度制》教學設計

楊春萍(指導)　蕭芳(執教)

一、教學目標

·使學生理解弧度的意義，能正確地進行弧度與角度的換算，熟記特殊角的弧度數；

·瞭解角的集合與實數集R之間可以建立起一一對應的關係；

·掌握弧度制下的弧長公式、面積公式，會利用弧度解決某些簡單的實際問題；

·在理解弧度制定義的基礎上，領會弧度制定義的合理性。

二、教材分析

(一)知識結構

弧度制 → 弧度與角度的換算方法 → 簡單應用

(二)重點、難點分析

教學重點是理解弧度的意義，能正確地進行弧度與角度的換算。弧度的概念及其與角度的關係是本節的教學難點。

本節介紹弧度制，自然首先涉及弧的概念。弧又與圓心角有聯繫──弧的度數等於圓心角的度數。隨著角的概念的推廣，圓心角與弧的概念也隨之推廣：從“形”上說，圓心角有正角、零角、負角之分，弧度也有正弧、零弧、負弧之分；從“數”上講，圓心角與弧的度數就都有了正數、0、負數之分。圓心角與弧是一一對應的。

要弄清1弧度的意義。弧度制與角度制一樣，衹是度量角的一種方法，但由於學生有先入為主的想法，所以學起來有一定的困難。首先必須清楚1弧度的概念：1弧度的大小是等於圓半徑長的弧所對的圓心角的大小，即為1弧度，它與所在圓的半徑大小無關。

兩種制度的轉換。在弧度制下圓周角為2π，而角度制下圓周角為$360°$，所以$2\pi = 360°$，進而得到：

$$1° = \frac{\pi}{180} \approx 0.01745;\ 1 = (\frac{180}{\pi})° \approx 57.3° = 57°18'$$

弧度制的優點。其一是在進位上角度制在度、分、秒上是60進制，而弧度制卻是十進位；其二在扇形的弧長和面積的表示上弧度制也比角度制簡單。弧長公式為：$l = |\alpha|r$ ，面積公式為：$S = \frac{1}{2}l \cdot r = \frac{1}{2}|\alpha| \cdot r^2$ 。

三、教學過程

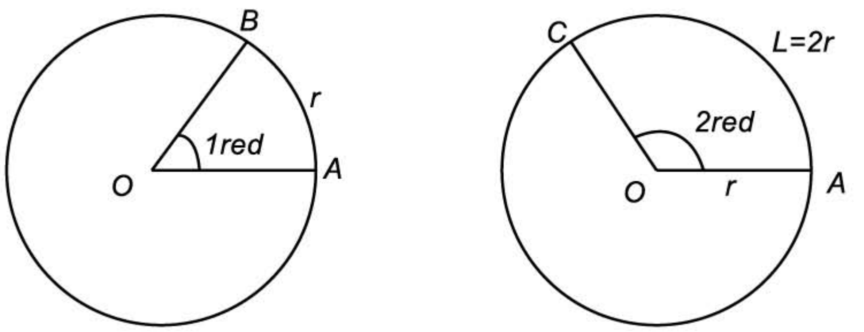
(一)複習問題引入

- 弧的概念？
- 1°是如何定義？
- 角度制下扇形的弧長公式？面積公式？

(二)主題問題

主題一：弧度的概念

師：如圖，我們把等於半徑長的圓弧所對的圓心角叫做1弧度的角，弧$\overset{\frown}{AB}$的長等於半徑r，$\overset{\frown}{AB}$ 所對的圓心角$\angle AOB$就是1弧度的角，弧度制的單位符號是rad，讀作弧度。如下圖：

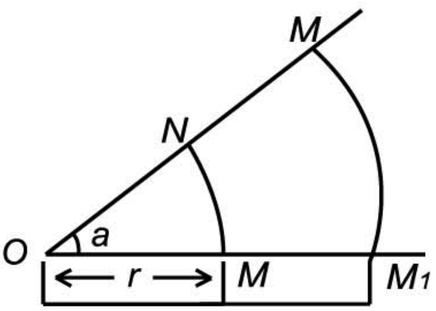


$\angle AOB$ 的弧度數：$\frac{l}{r} = \frac{r}{r} = 1rad$ ；$\angle AOC$ 的弧度數：$\frac{l}{r} = \frac{2r}{r} = 2rad$ 。

思考：

若弧是一個整圓，則其圓心角的弧度數是多少？若弧是一個半圓呢？(2π ,π)

弧度用弧長與其半徑的比值來度量角的大小，請問這個比值是否與所取的圓的半徑大小有關？



如圖，設$r(OM=r)$與$r_1(OM_1=r_1)$是以O為圓心的兩個同心圓的圓半徑，α為$n°(n>0)$的角，圓弧$\widehat{MN}$和$\widehat{M_1N_1}$的長分別為l和l_1，由初中所學的弧長公式可得：

$l=\dfrac{n\pi r}{180}\Rightarrow\dfrac{l}{r}=\dfrac{n\pi}{180}$，$l_1=\dfrac{n\pi r_1}{180}\Rightarrow\dfrac{l_1}{r_1}=\dfrac{n\pi}{180}$，

於是 $\dfrac{l}{r}=\dfrac{l_1}{r_1}=\dfrac{n\pi}{180}$。因此，以角α為圓心角所對的弧長與其半徑的比值，由α的大小來確定，與所取的半徑大小無關，僅與角的大小有關。

規定：角的概念推廣後，弧的概念也隨之推廣。任一正角的弧度數都是一個正數，負角的弧度數是一個負數，零角的弧度數是0。角α 的弧度數的絕對值 $|\alpha|=\dfrac{l}{r}$ ，其中 是以角α作為圓心角時所對的弧長，r 是圓的半徑，這種以弧度作為單位來度量角的單位制，叫做弧度制。

主題二：角度制與弧度制的換算

問：若弧是一個半圓，則其圓心角的度數？(180°)

問：若弧是一個半圓，弧度數是多少？（π）

問：1弧度是多少角度？ $(1=(\dfrac{180}{\pi})°\approx 57.30°=57°18')$

問：1°是多少弧度？ $(1°=\dfrac{\pi}{180}\approx 0.01745)$

例1：把 化成弧度。 $(75°=75\cdot\dfrac{\pi}{180}=\dfrac{5\pi}{12})$

例2：把$\dfrac{2\pi}{3}$化成度。 $(\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{2}{3}\cdot 180°=120°)$

注：

用角度制表示角時，“°”不能省略；用弧度制表示角時，把“弧度”二字或“rad”通常省略不寫，衹寫相應的弧度數，且常把弧度數寫成多少π的形式；

角度與弧度不能混用；

$0°\sim 360°$之間的一些特殊角的度數與弧度數的互化必需熟練掌握

度	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
弧度	0	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{2}{3}\pi$	$\dfrac{3}{4}\pi$	$\dfrac{5}{6}\pi$	π	$\dfrac{3}{2}\pi$	2π

例3：把下列各角化成0到2π的角加上$2k\pi(k\in Z)$的形式。

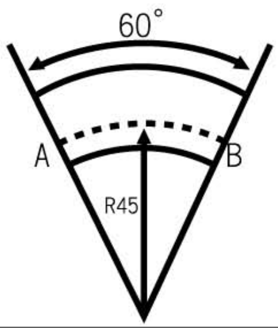
(1) $\frac{19}{3}\pi$ (2) $-\frac{16}{3}\pi$ (3)—315°

例4：用弧度制表示：

(1)與$\frac{2}{3}\pi$ 終邊相同的角；(2)第二象限的角的集合。

(三)應用問題

弧長公式為：$l=|\alpha|r$，面積公式為：$S=\frac{1}{2}l\cdot r=\frac{1}{2}|\alpha|\cdot r^2$



例5：如圖，求公路彎道處弧$\overset{\frown}{AB}$的長？

例6：若2弧度的圓心角所對的弧長為4cm，則這個圓心角所夾的扇形的面積是多少？

(四)學生活動

1. 問題：一條弦的長等於半徑，這條弦所對的圓心角等於1弧度嗎？
2. 判斷下列命題是否正確，並說明理由：

(1) $\sin 45=\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) $390°=2\pi+30°$ (3) $\frac{\pi}{4}=0.785$

3. 把下列各角化成0到2π的角加上$2k\pi(k\in Z)$ 的形式。

(1) $-\frac{19\pi}{3}$ (2) $\frac{16\pi}{3}$

4. 圓的半徑為24cm，則這個圓上長為500cm的弧所對的圓心角是多少弧度？
5. 用弧度制寫出終邊在x軸上角的集合。
6. 用弧度制寫出第一、二、三、四象限角的集合。

(五)學習回饋

請各小組組長彙報一下你們組的答題情況。

(六)作業

時間	內容	完成情況
2009年1月17日	寒假作業	可以
2009年2月5日	角度與弧度的轉換	可以
2009年2月6日	P13.5	可以，但有些書寫格式不合要求。如 $-\frac{25}{6}=-6+\frac{11}{6}=-6\pi+\frac{11\pi}{6}$

四、評析

2009年1月17日在高中一年級甲班上了第一次課，僅祇介紹了弧度的概念，就是春節假期。2月5日不得不花半節課對角的概念、弧度的概念進行複習，2月6日再一節課，結束本節的教學。弧度制是在角的概念推廣之後，介紹的另一種角的度量的方法，是後面三角有關章節的重要環節。本節的教學設計尊崇對話教學的精神，創設對話教學的情境，讓師生在民主、平等、自由的氛圍中，愉快地對話，數學知識在對話中形成，在對話中分享，師生共同成長。

(一)注重問題情境設計

在對話教學中，問題是對話的焦點。好的問題可以刺激思考，透過提問能引起學生積極的思考。教師的發問愈多，學生便有愈多的反應和思考。問題設計包括四個部分：複習問題的引入、主題問題、應用問題、活動問題。

(二)注重“對話”環境的營造

對話教學所進行的是意義分享、情感交流、互動合作。對話教學必須提供每一個學生參與對話的機會，讓學生表達發自內心的需要和想法，在設定的對話的主題下進行交流。每個學生，在老師精心設計的問題情景中，與文本對話、與師生對話、與自我對話。數學的對象在對話中形成，在對話中發展。

(三)教學互動

1. 把下列各角化成0到2π的角加上$2k\pi(k\in Z)$的形式。

(1) $\frac{19}{3}$；(2) $\frac{16}{3}$；(3) $-\frac{19}{3}$；(4) $-\frac{16}{3}$。

解：(1) $\frac{19}{3}=6\frac{1}{3}=6+\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{19\pi}{3}=6\pi+\frac{\pi}{3}$；

(2) $\frac{16}{3}=5\frac{1}{3}=5+\frac{1}{3}=4+1+\frac{1}{3}=4+\frac{4}{3}\Rightarrow\frac{16\pi}{3}=4\pi+\frac{4\pi}{3}$；

(3) $-\frac{19}{3}=-6\frac{1}{3}=-6-\frac{1}{3}=-6-2+2-\frac{1}{3}=-8+\frac{5}{3}\Rightarrow-\frac{19\pi}{3}=-8\pi+\frac{5\pi}{3}$；

(4) $-\frac{16}{3}=-5\frac{1}{3}=-5-\frac{1}{3}=-5-1+1-\frac{1}{3}=-6+\frac{2}{3}\Rightarrow-\frac{16\pi}{3}=-6\pi+\frac{2\pi}{3}$；

由此總結出規律：任一弧度可寫成2π的整數倍與一個周內角的和。數學有時就是數字遊戲，在遊戲中生成。

2. 同學問：在角度制下判斷任一角是第幾象限角很容易，如何在弧度制下判斷任一角是第幾象限角？老師並沒有立即給出答案，僅僅祇是給出直角坐標系，請學生思考，最後師生一起總結，得出結論(如圖)：

以π為單位：